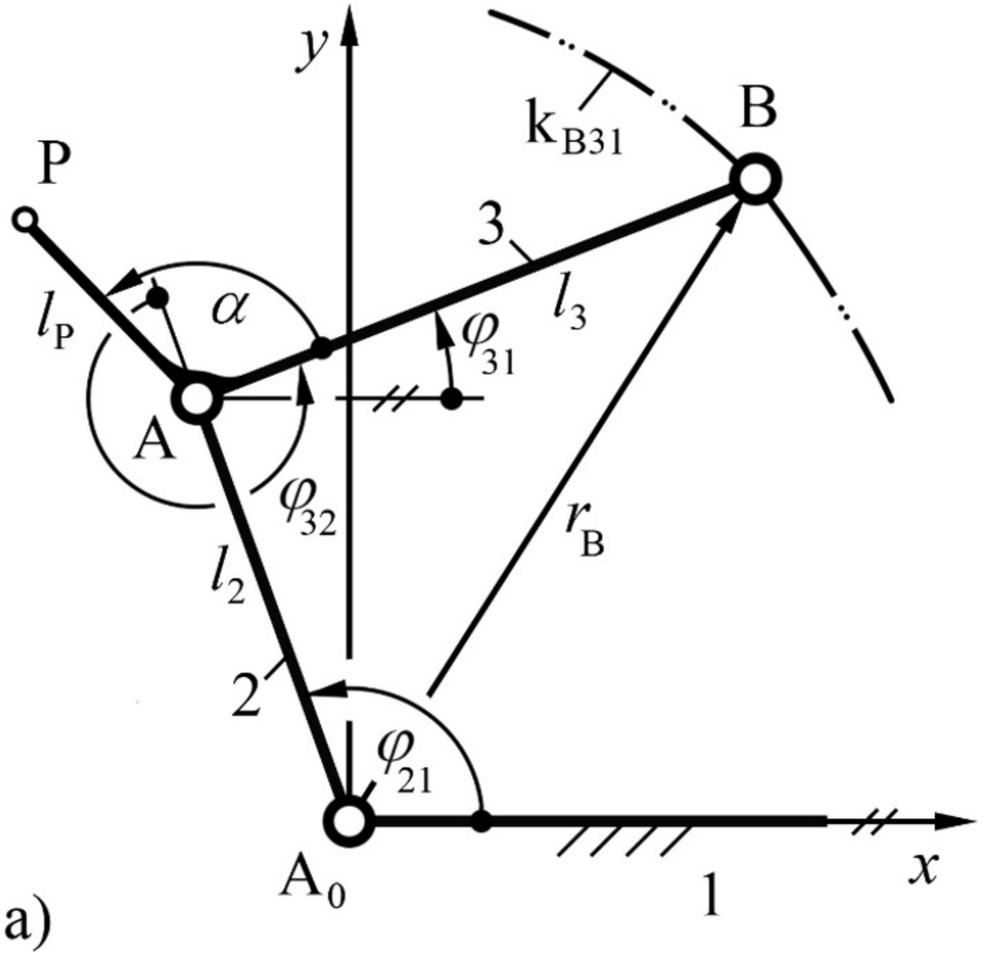
Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



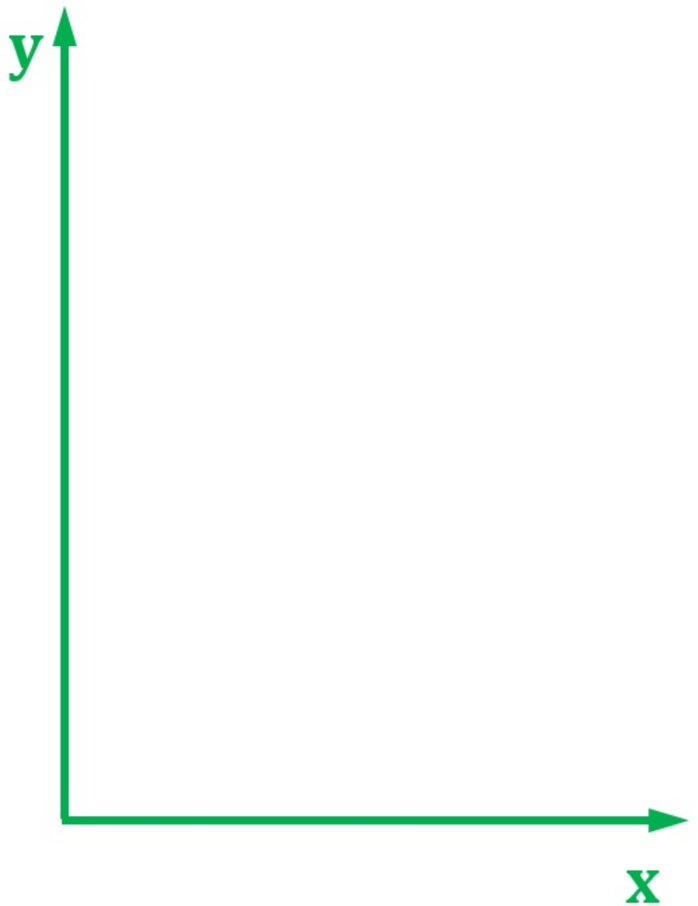
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



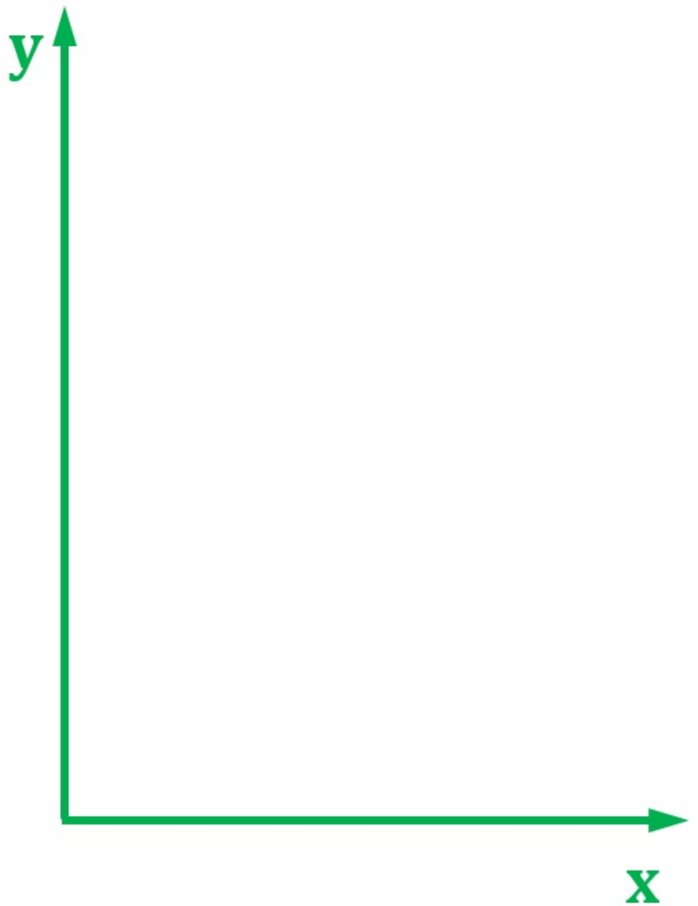
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



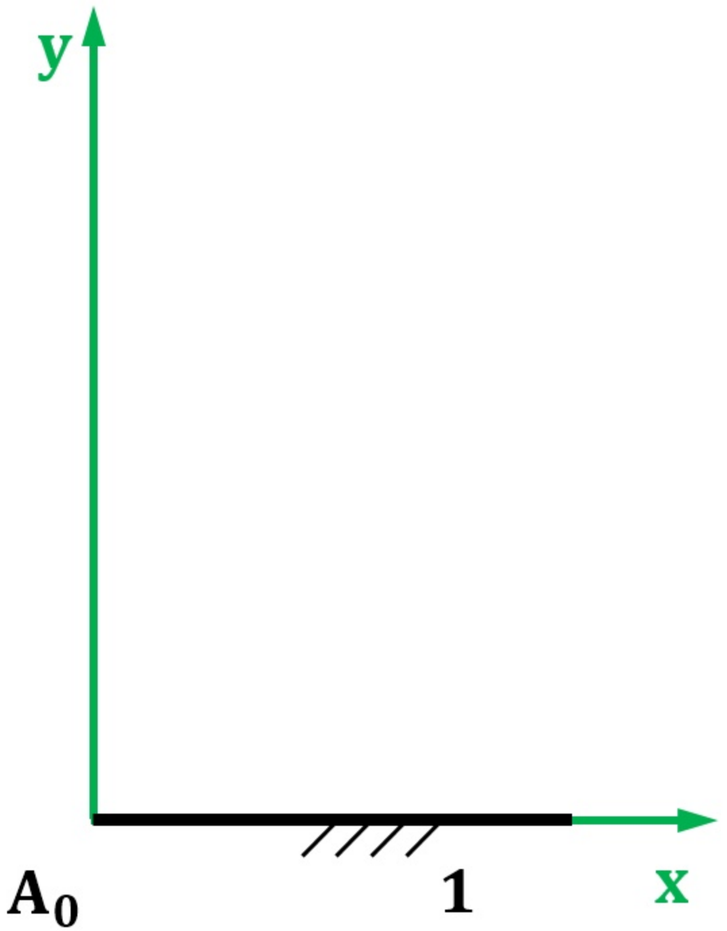
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



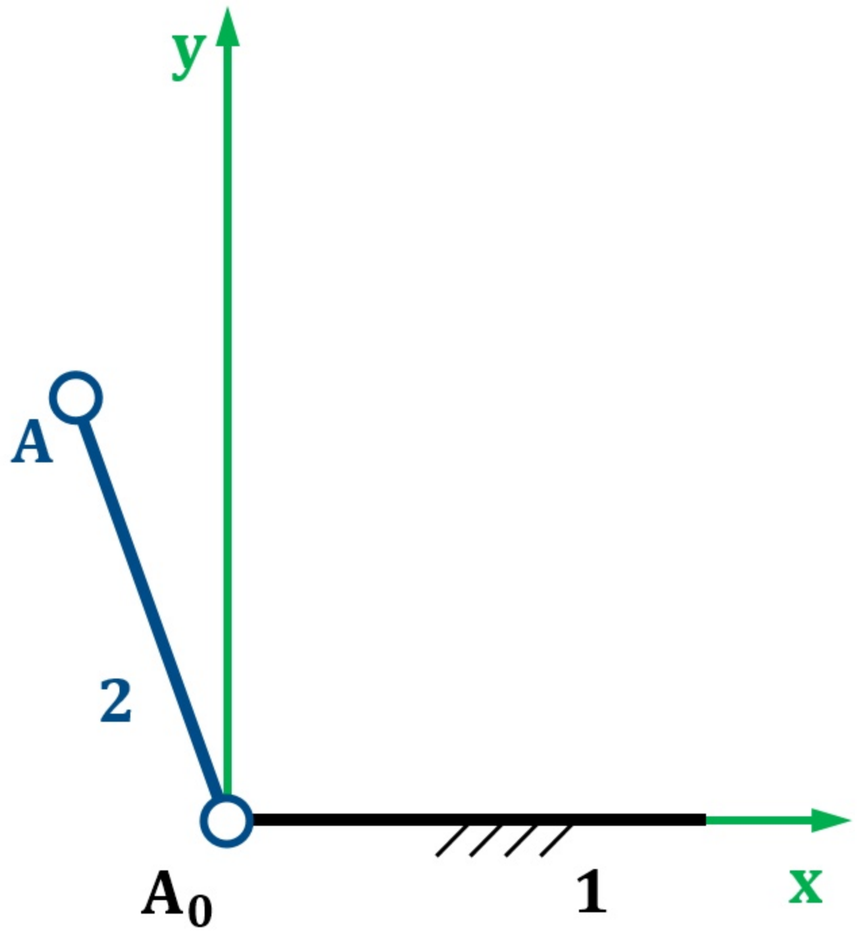
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



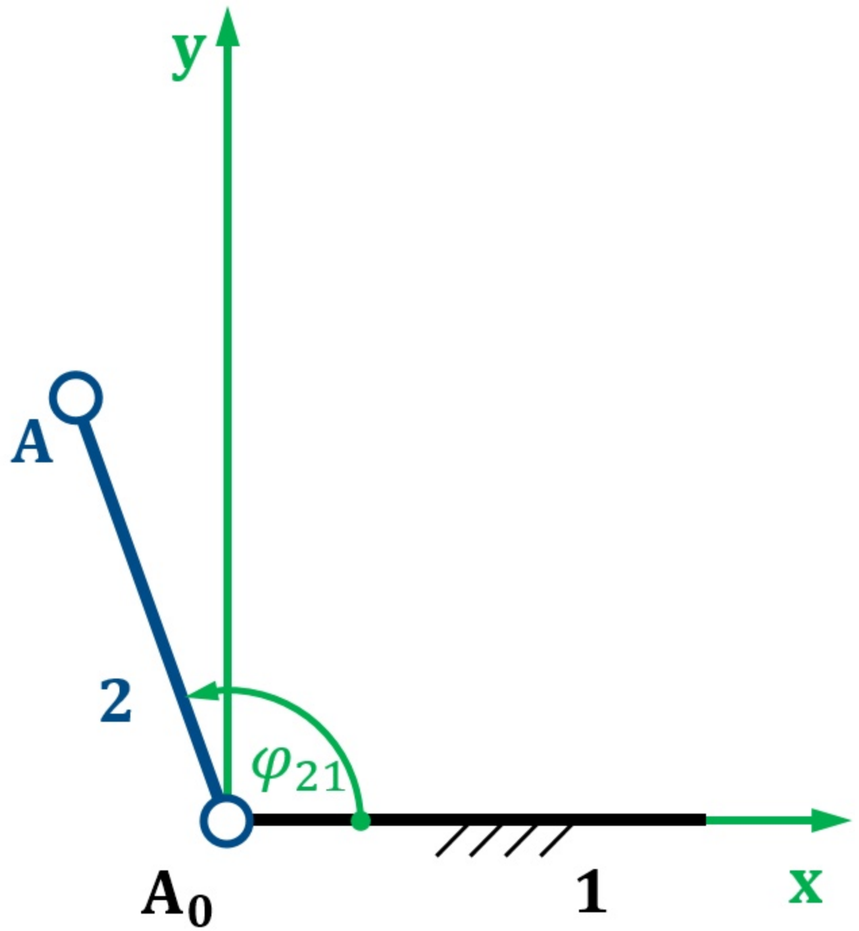
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



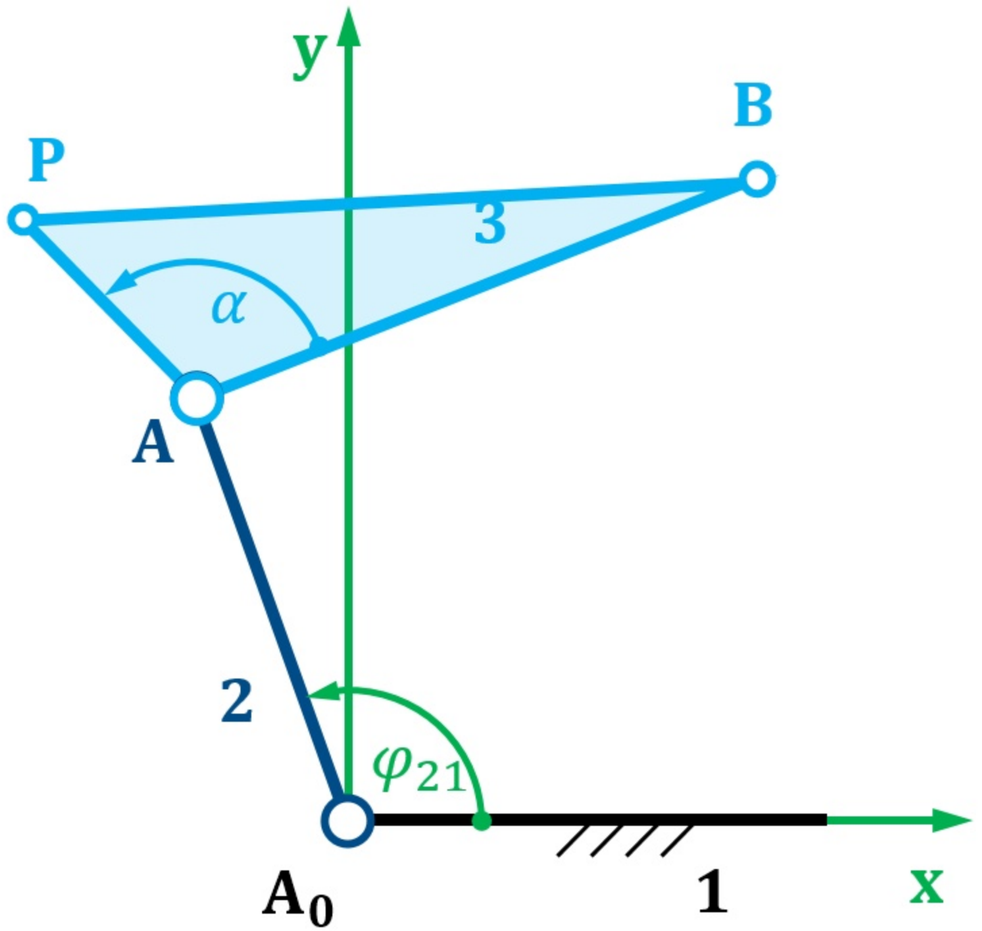
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



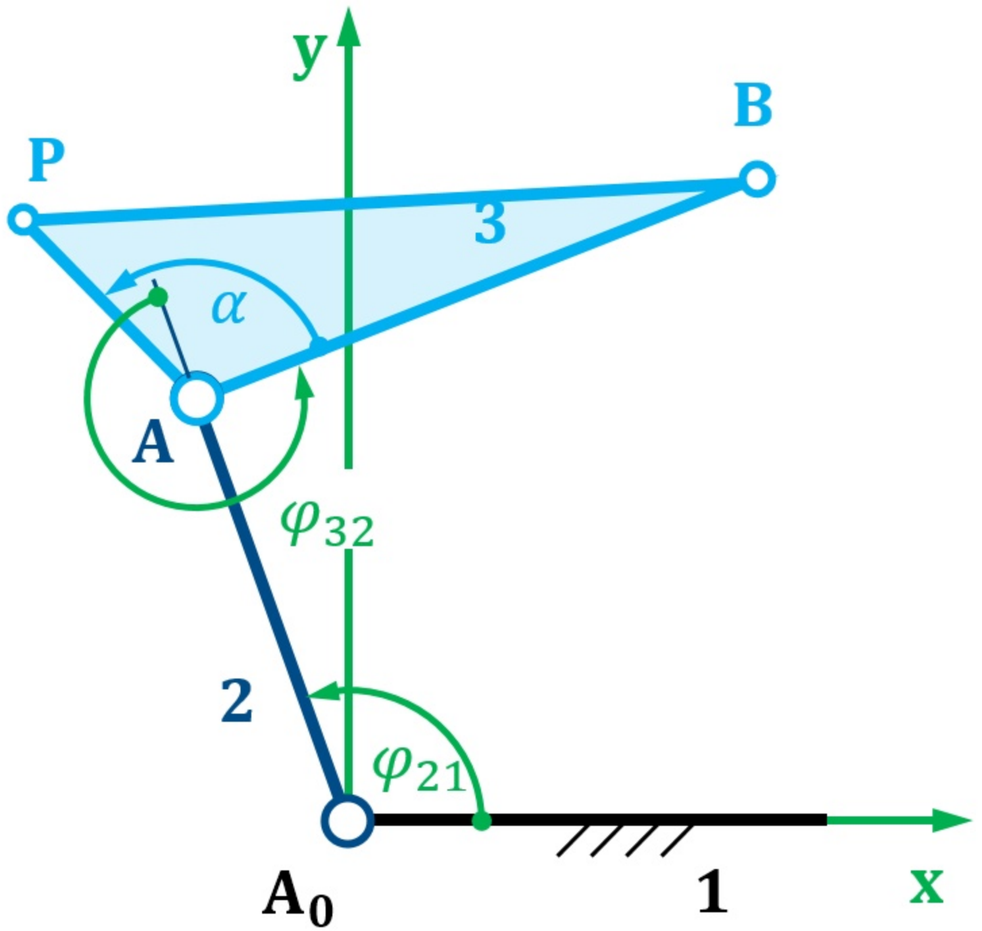
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



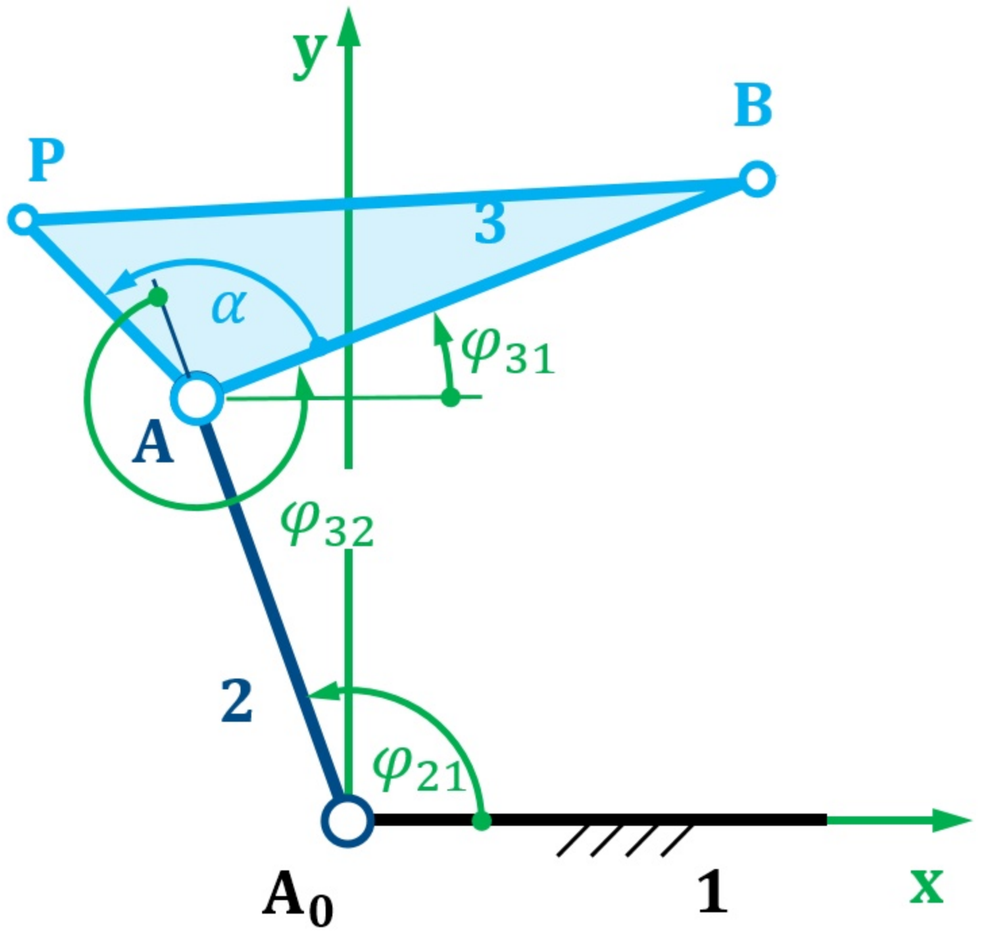
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



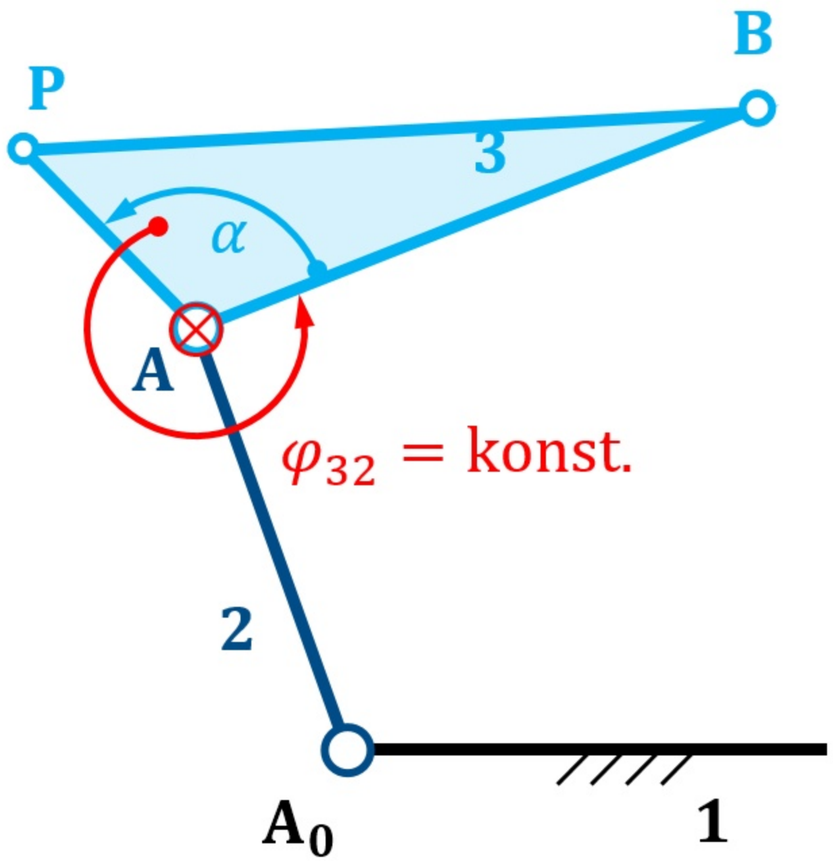
offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



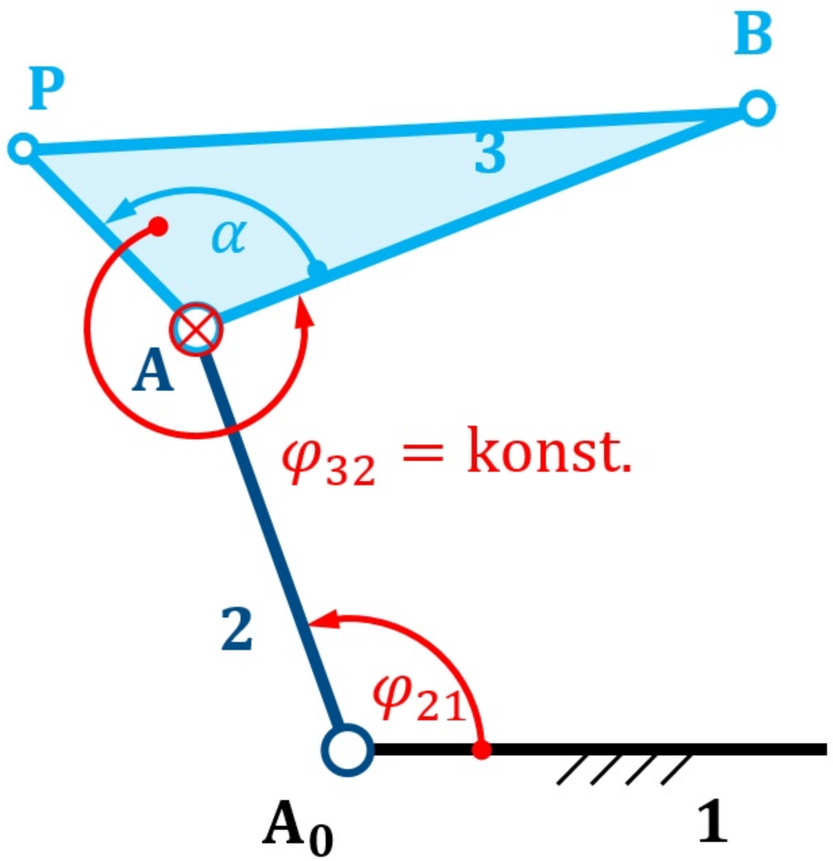
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



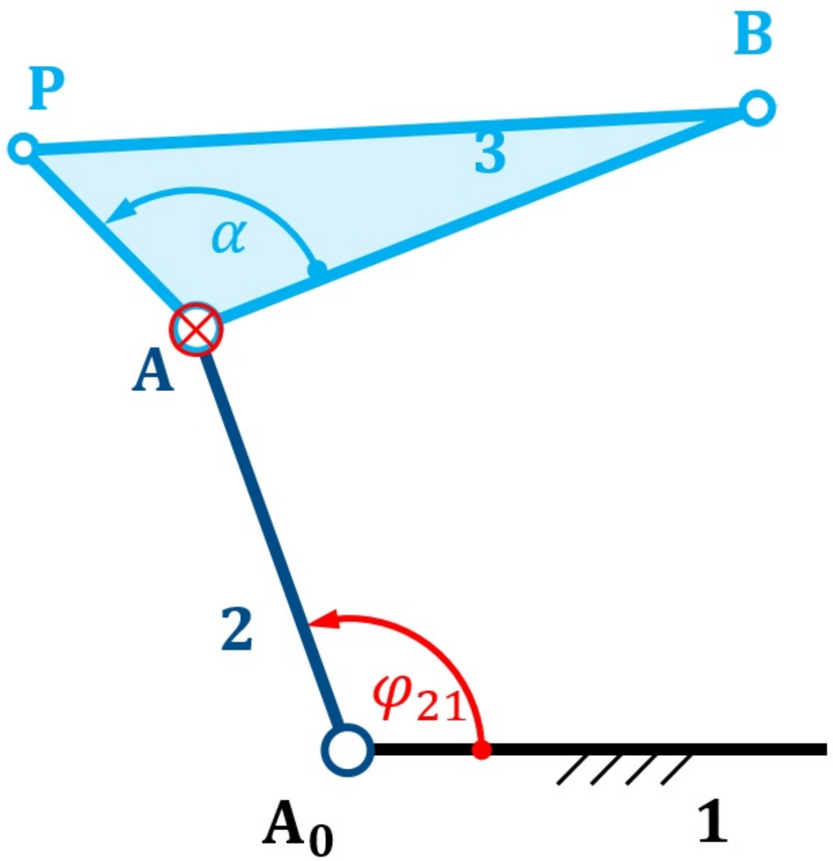
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



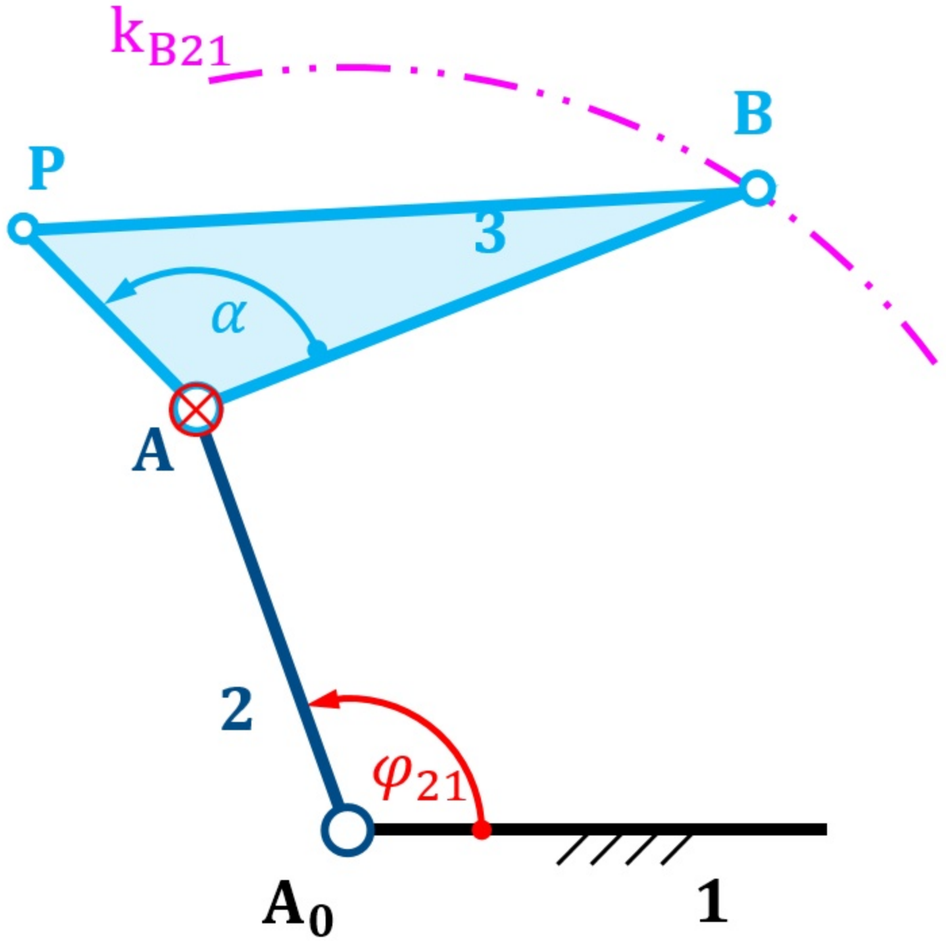
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



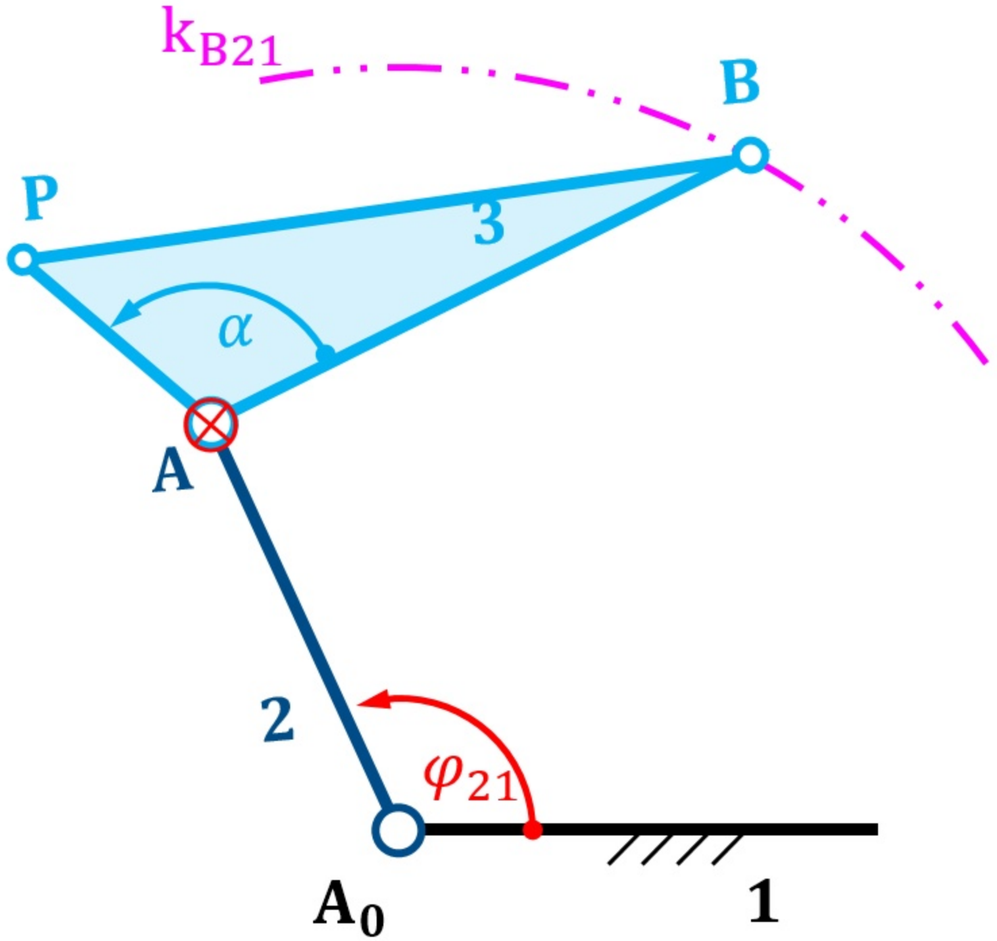
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



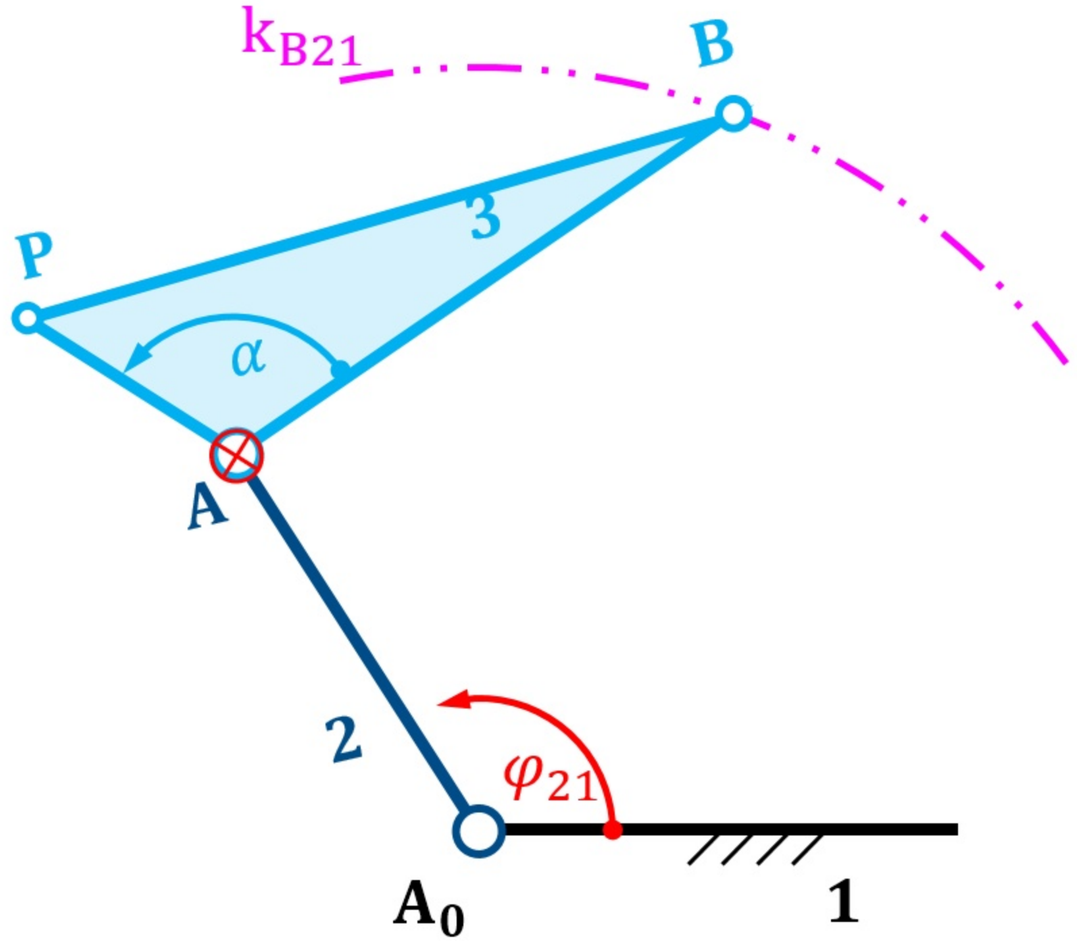
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



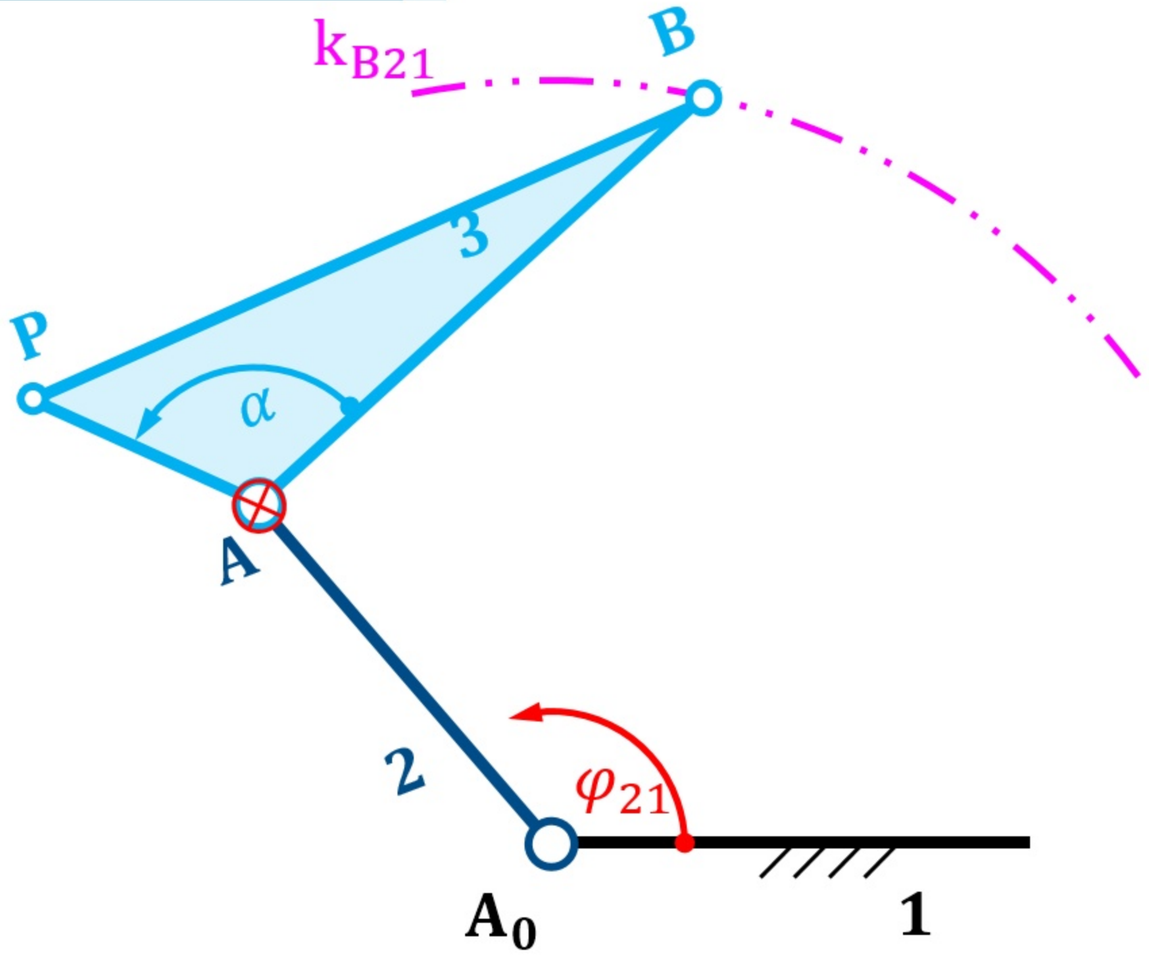
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



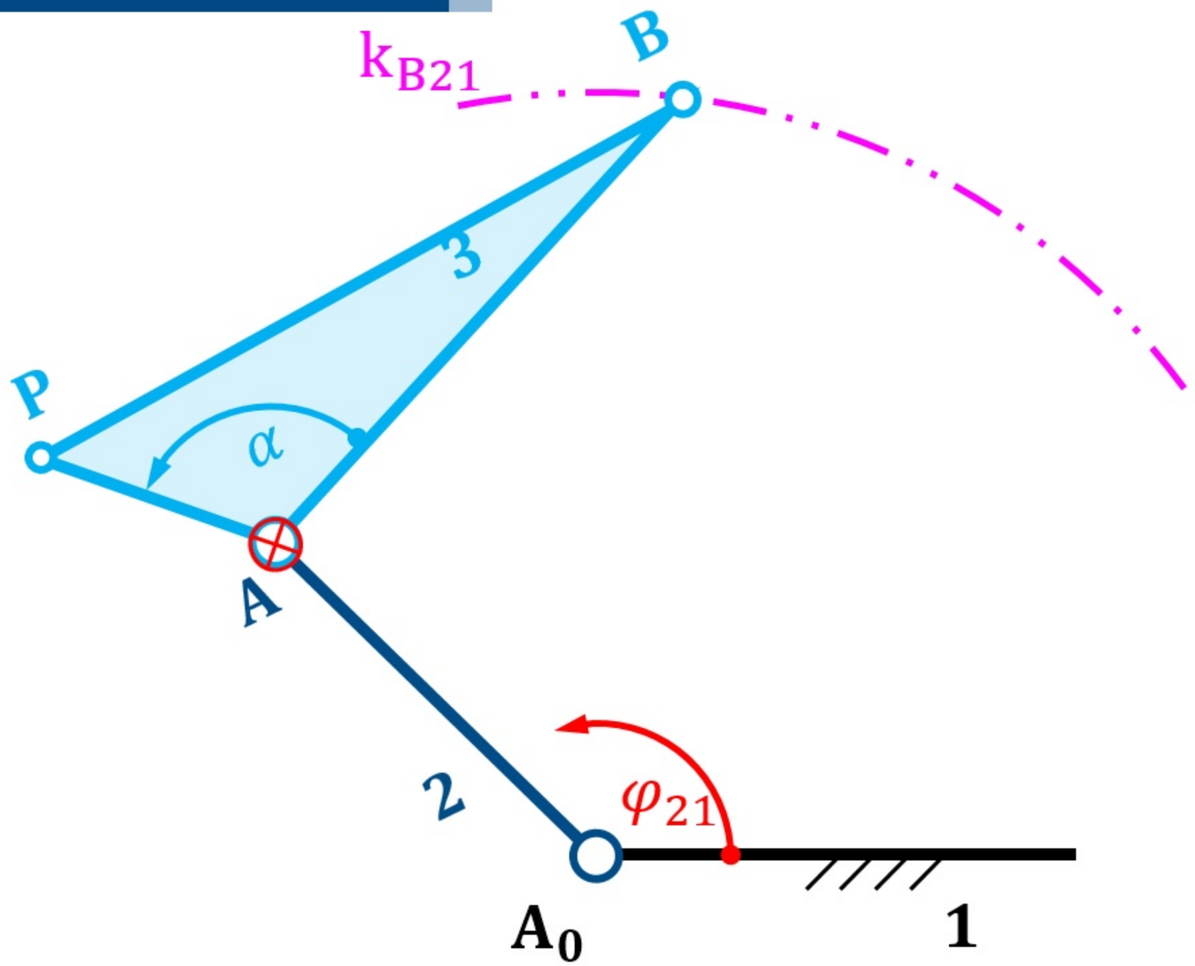
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



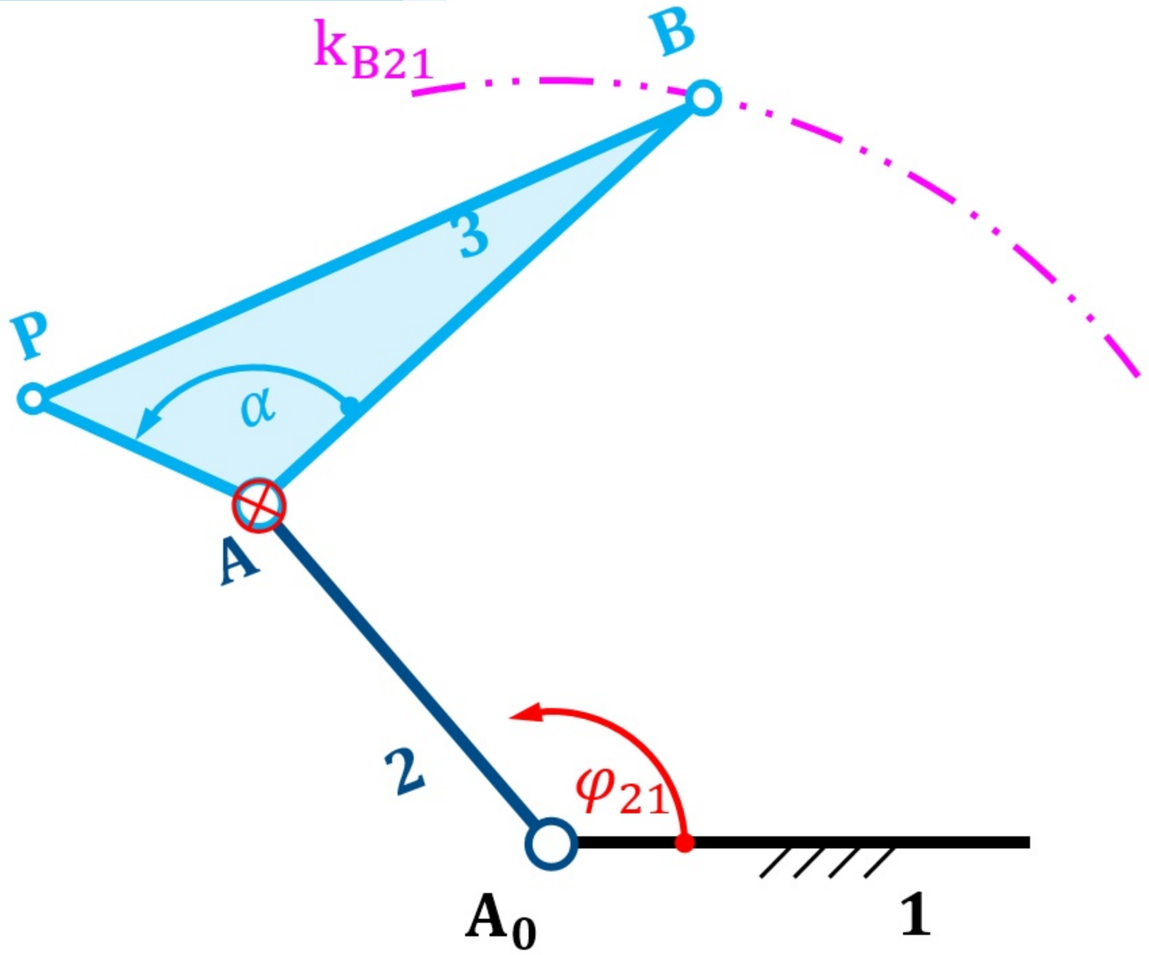
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



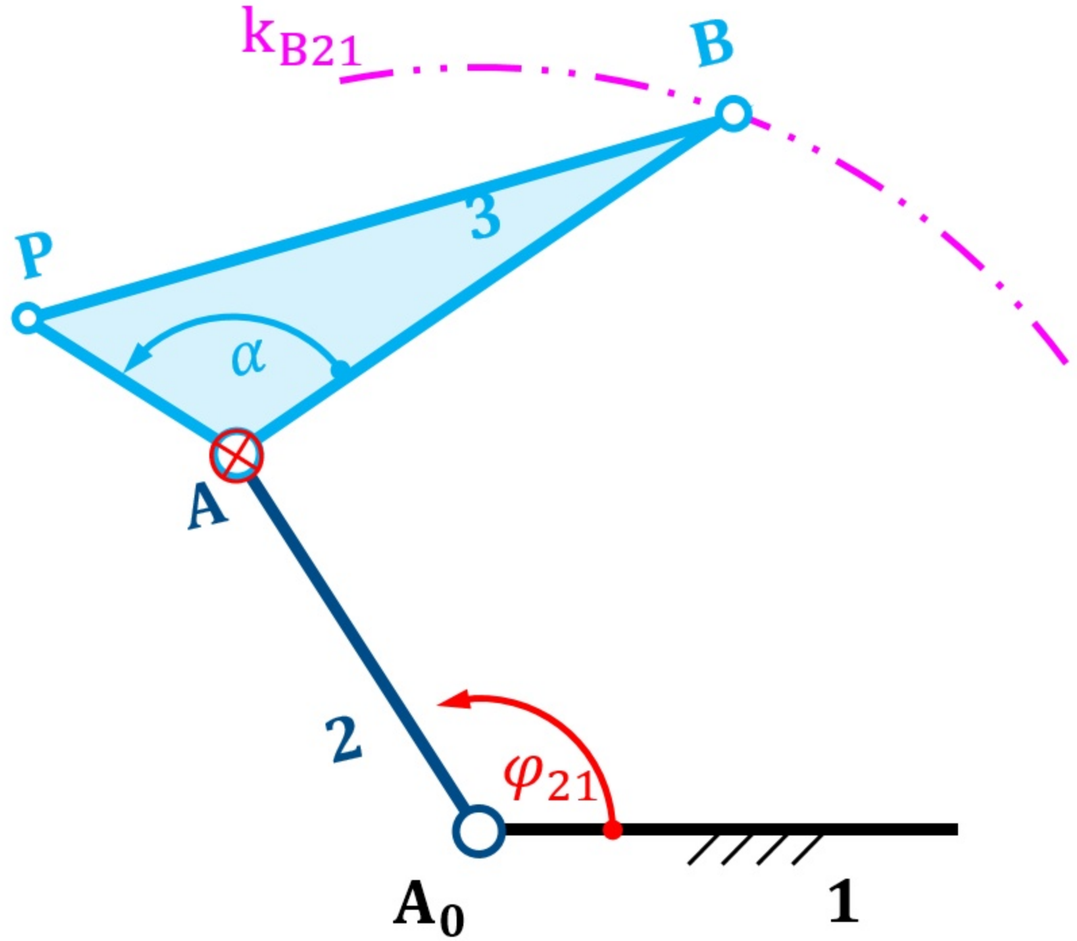
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



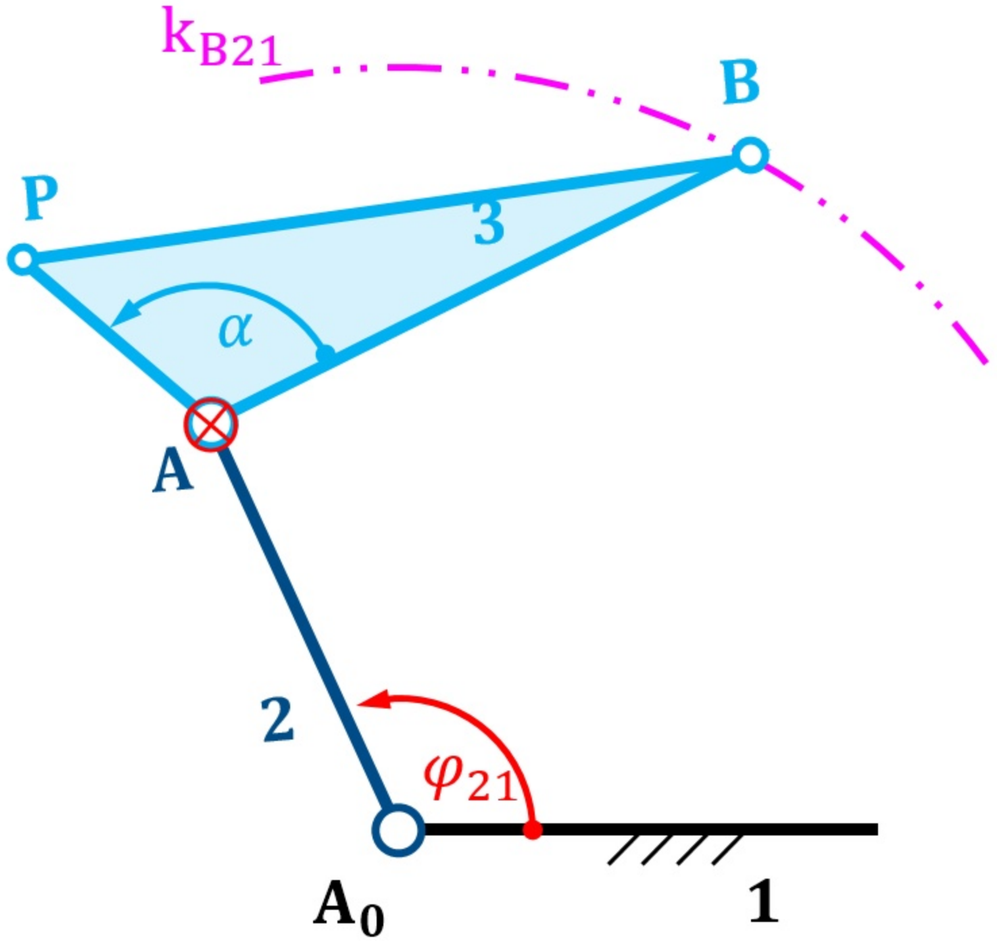
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



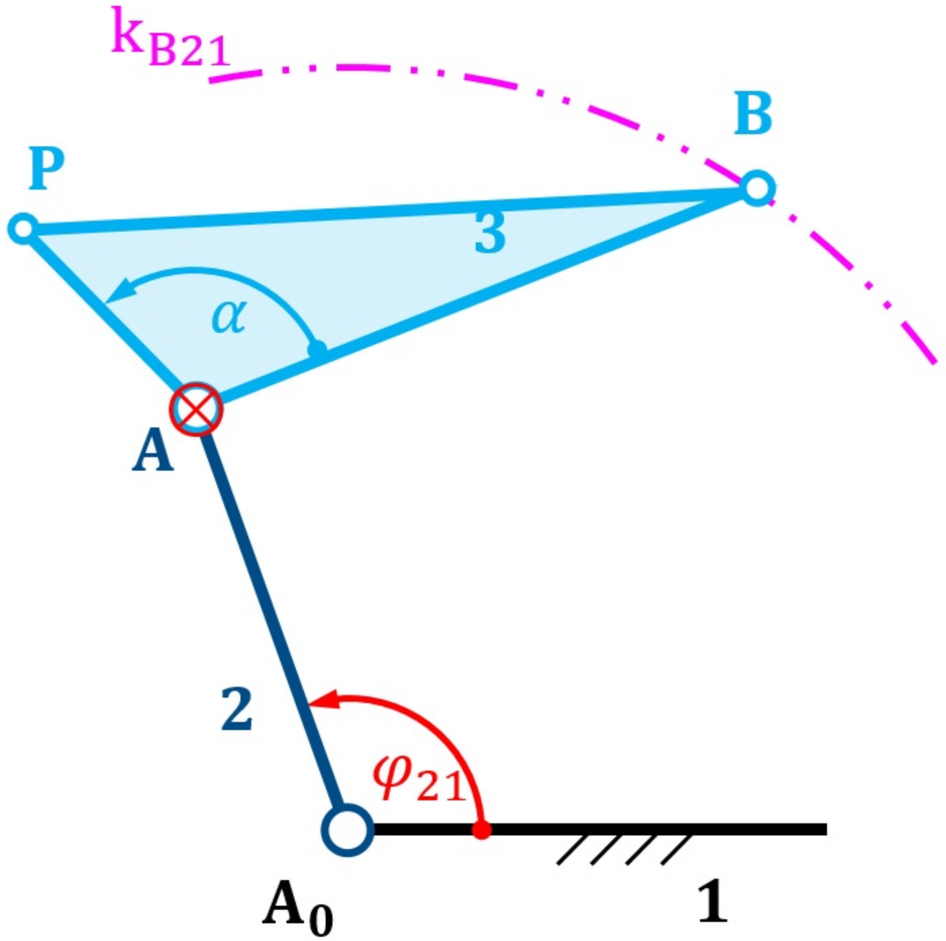
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Führungsbewegung



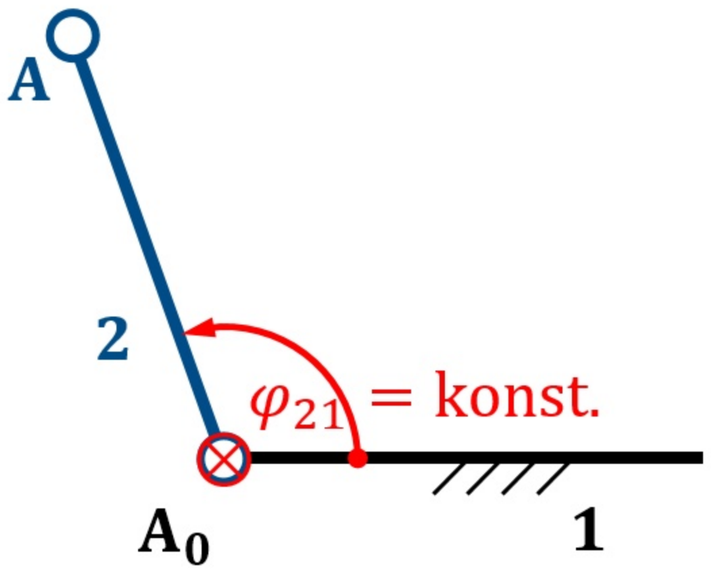
Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



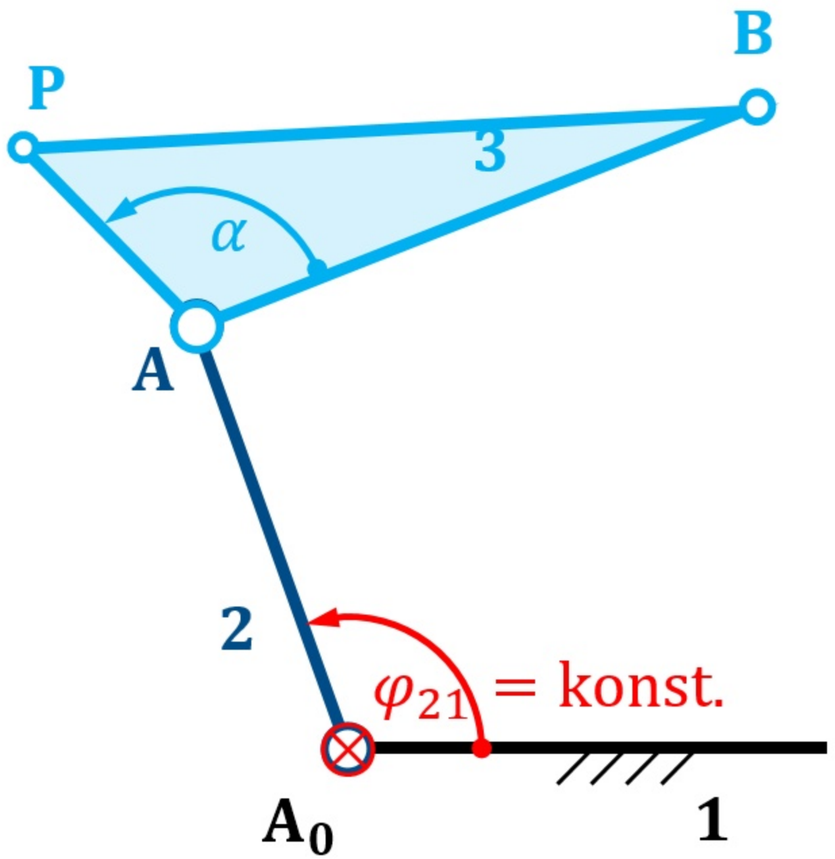
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



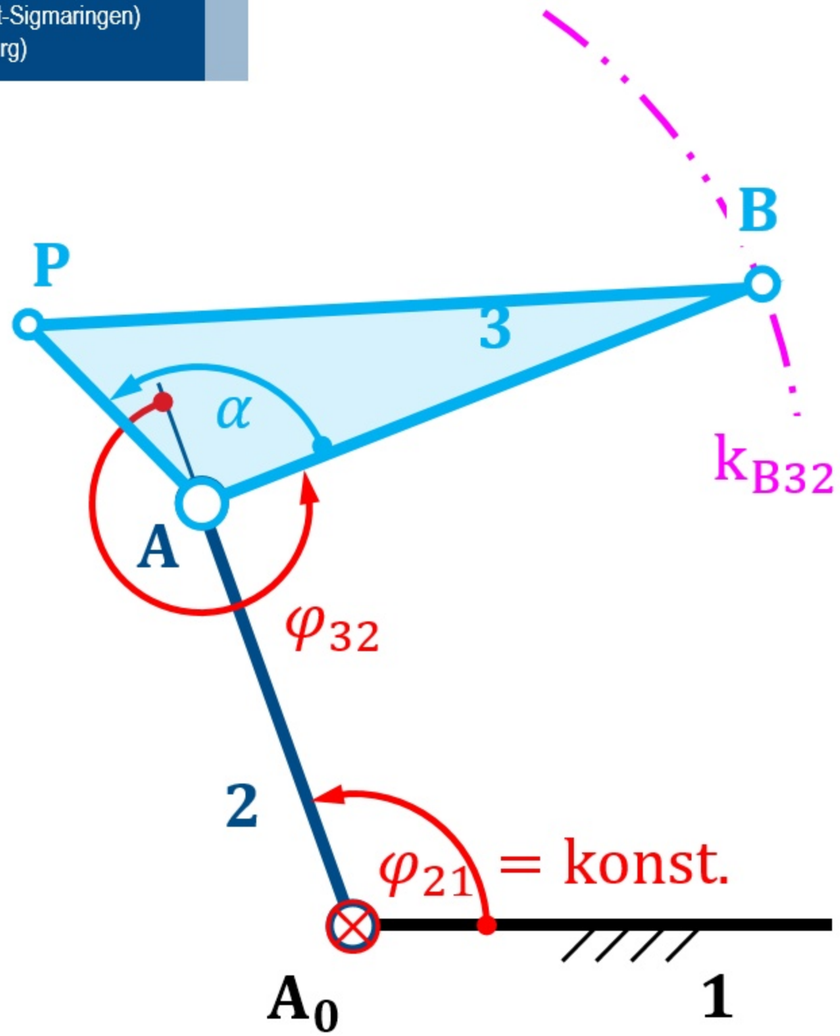
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



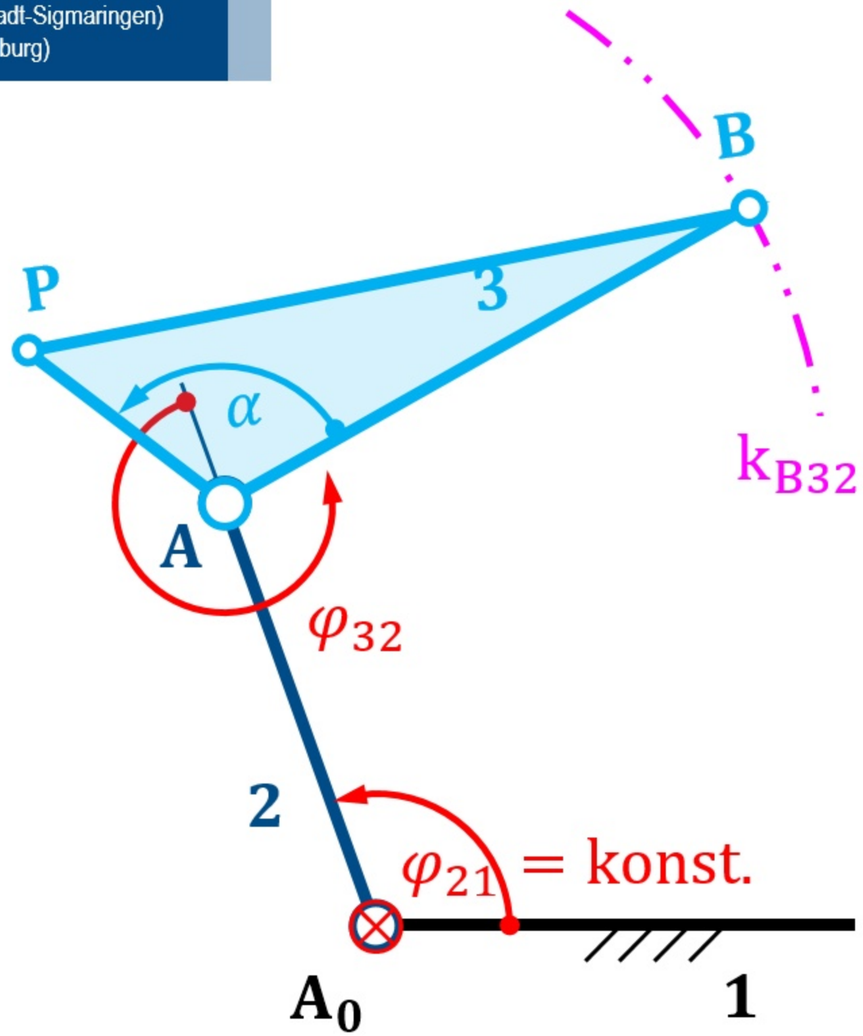
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



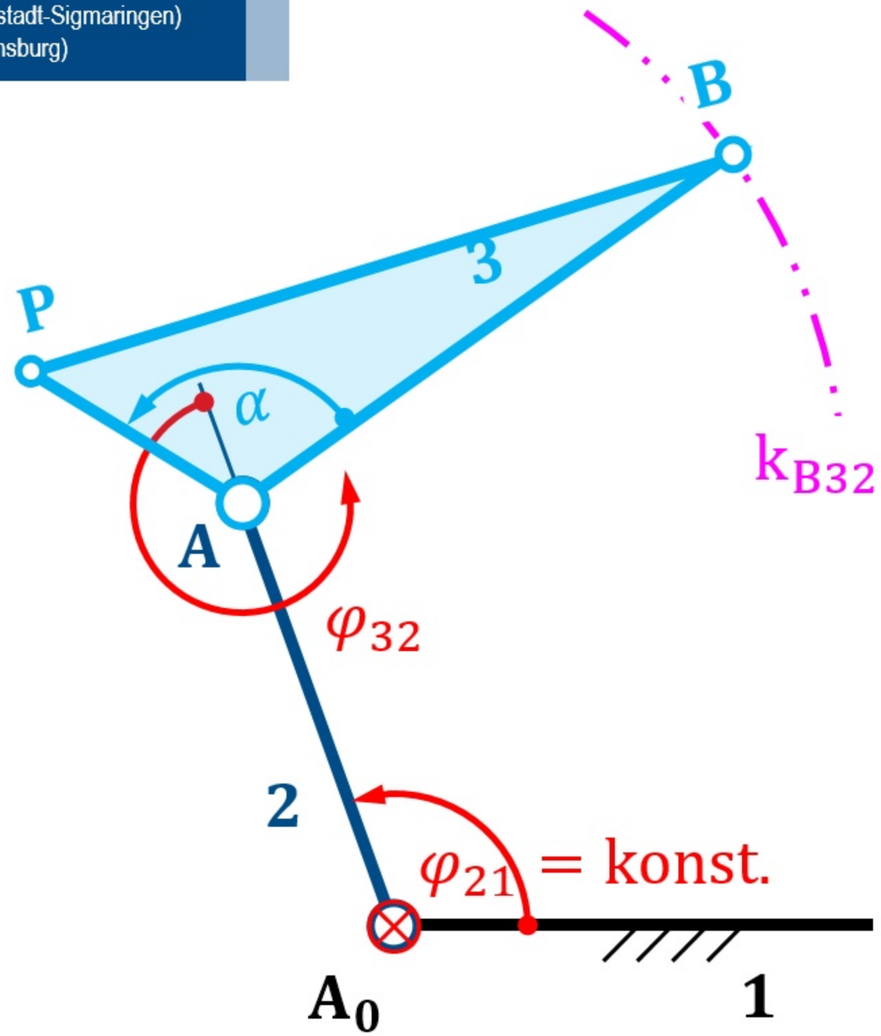
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



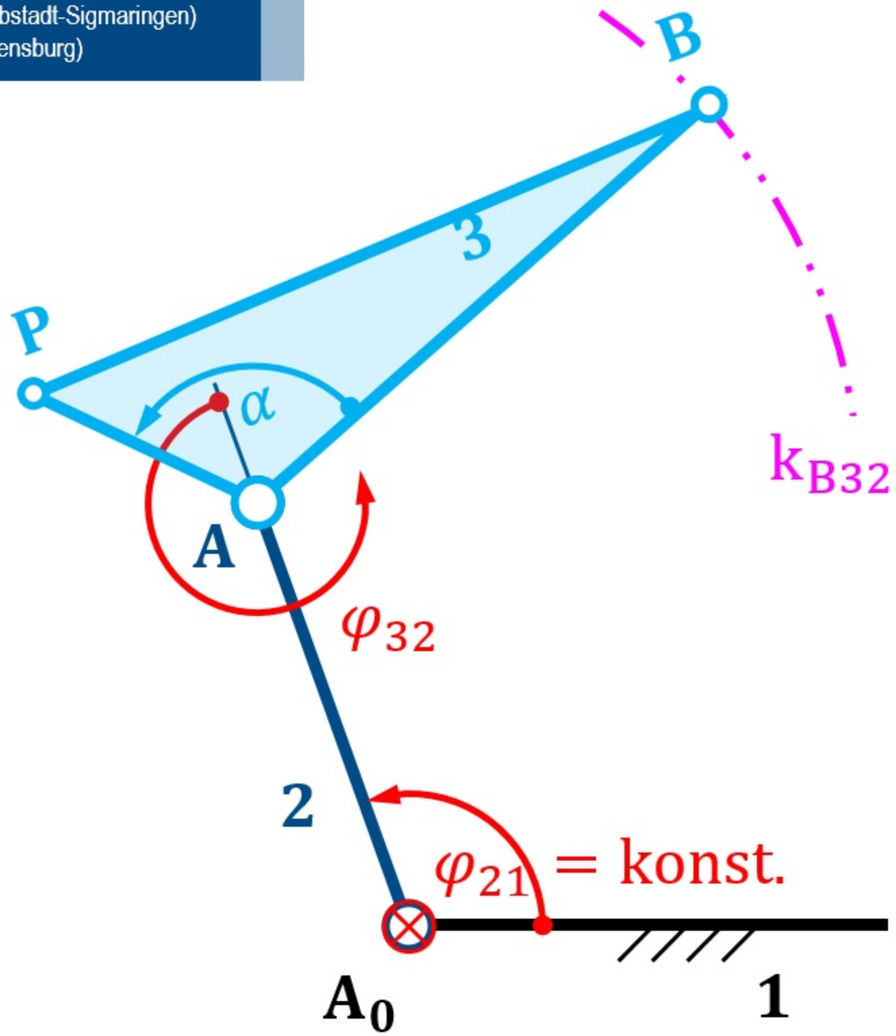
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



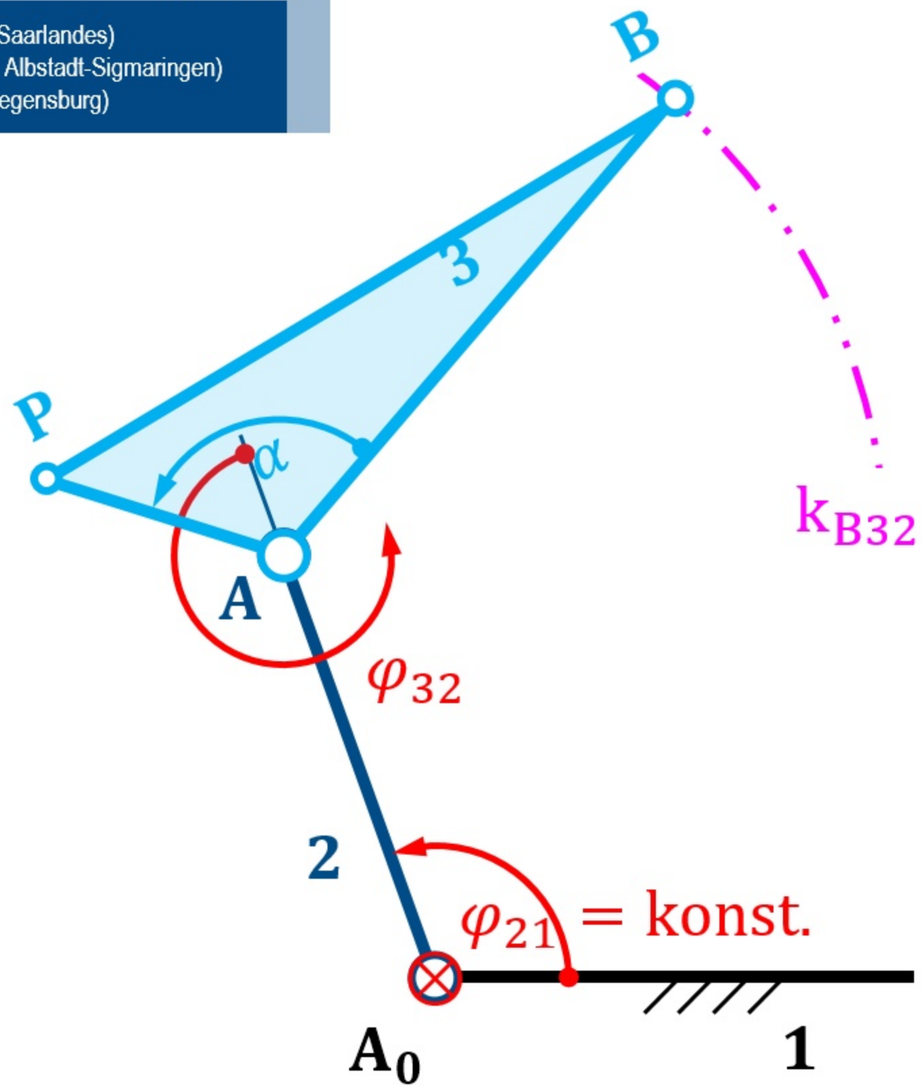
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



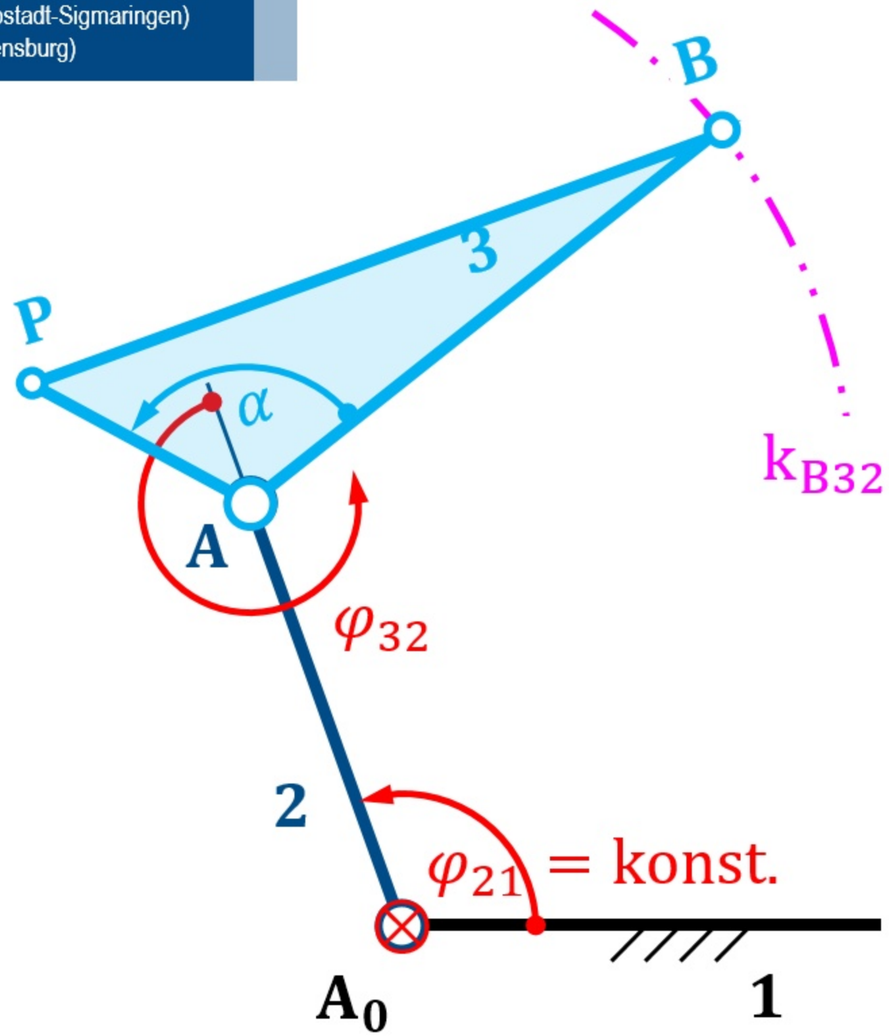
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



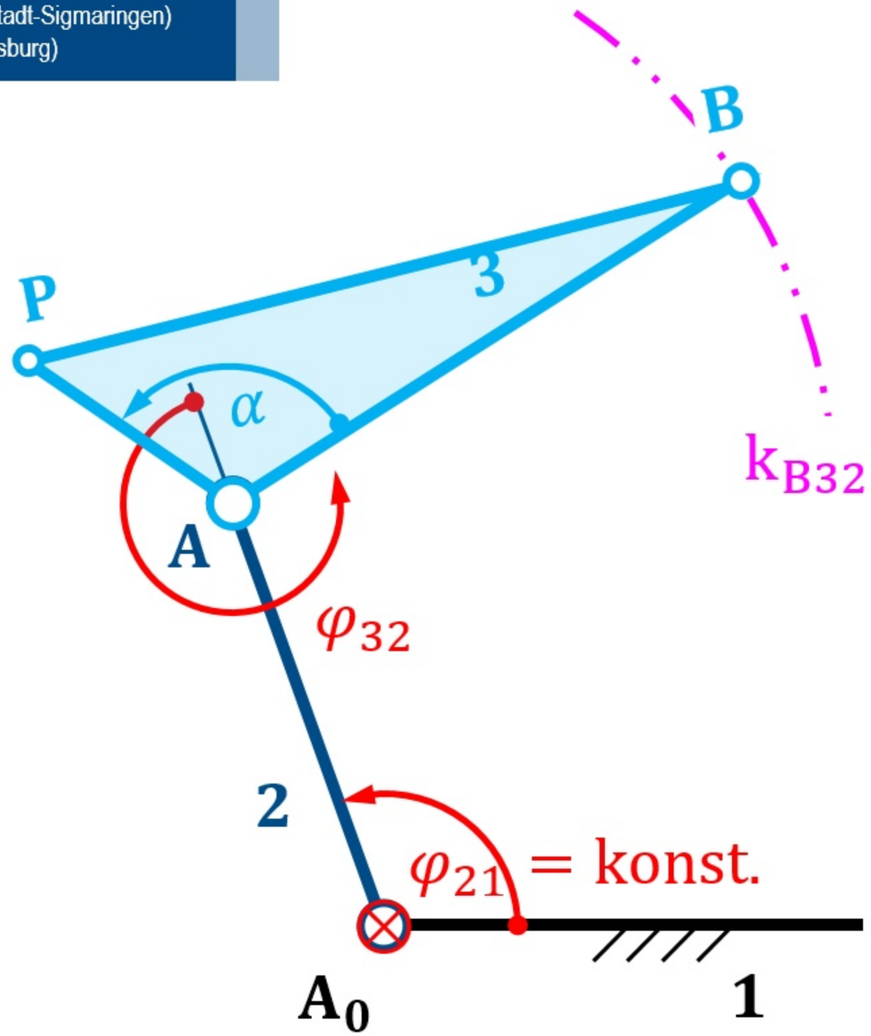
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



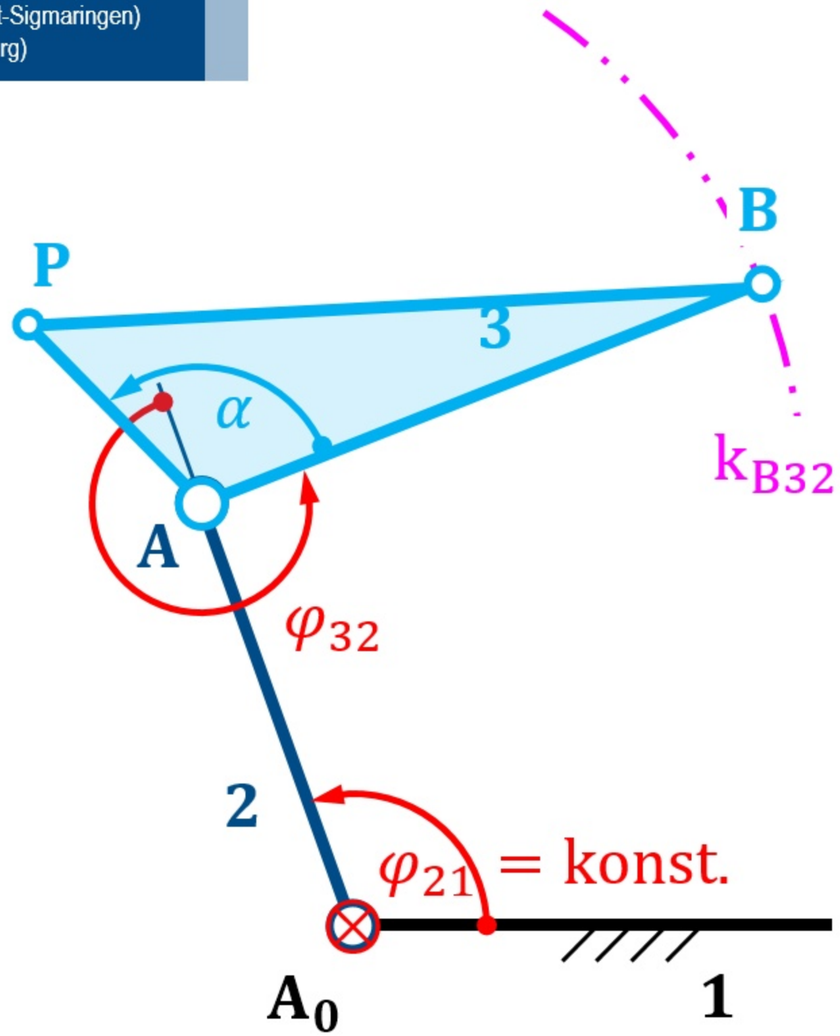
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Relativbewegung



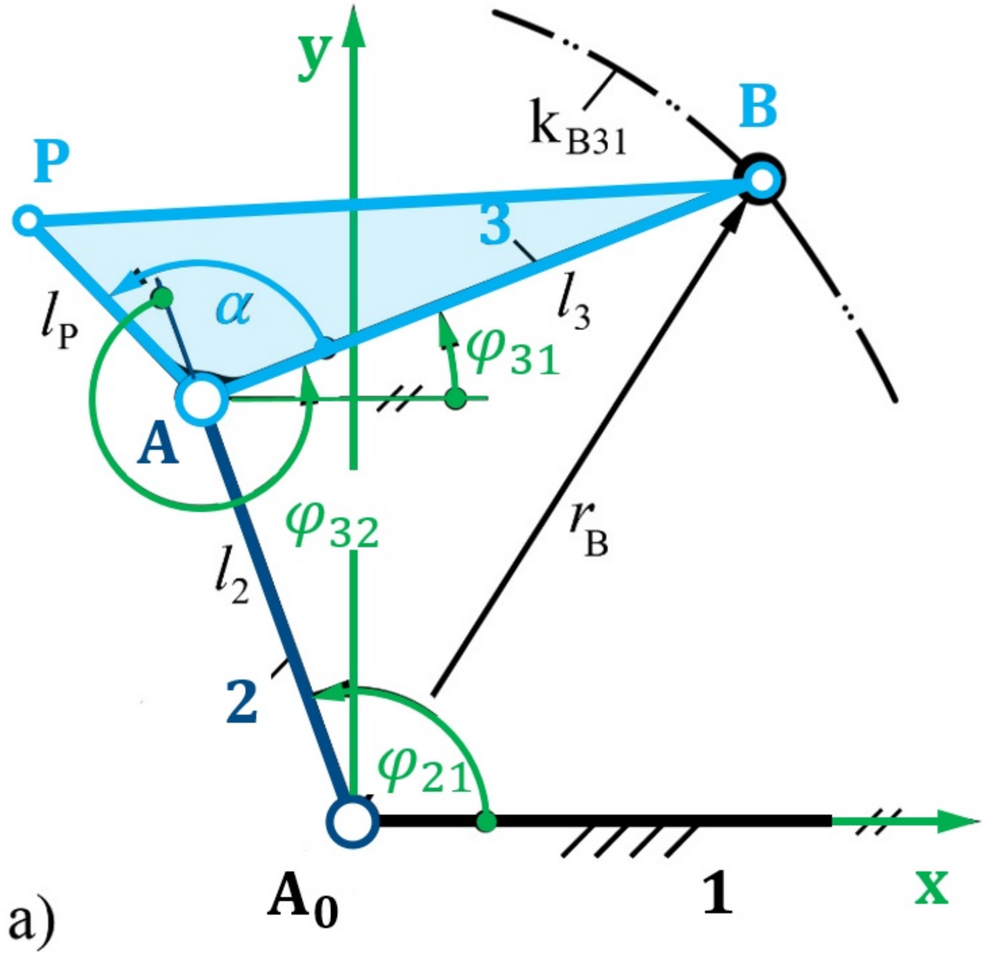
Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen



offene kinematische Kette
mit drei Getriebegliedern (Ebenen)
jeweils durch ein Drehgelenk verbunden

Führungsbewegung
Gelenk A gesperrt, d. h. $\varphi_{32} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$

Relativbewegung
Gelenk A_0 gesperrt, d. h. $\varphi_{21} = \text{konst.}$
Bewegung durch $\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Absolutbewegung
Bewegung durch
$\varphi_{21} = \varphi_{21}(t)$ und
$\varphi_{32} = \varphi_{32}(t)$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand

Geschwindigkeitszustand

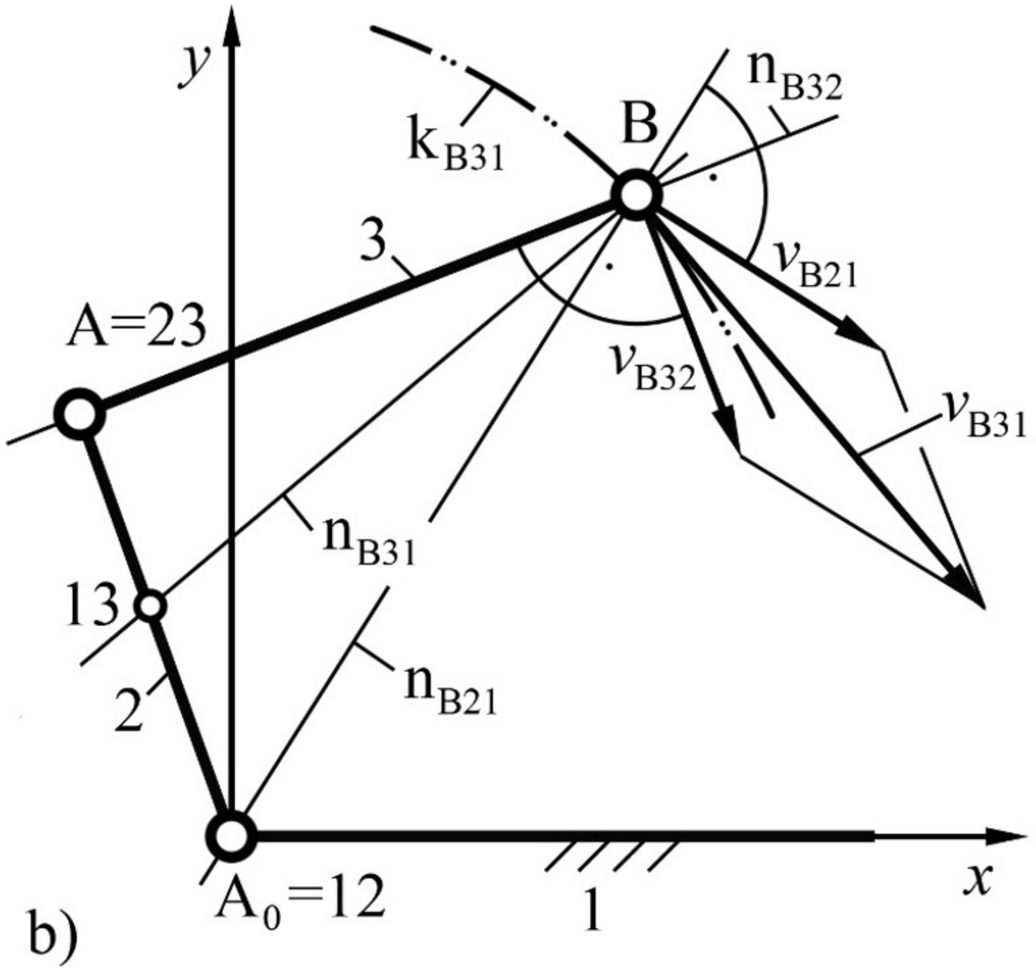
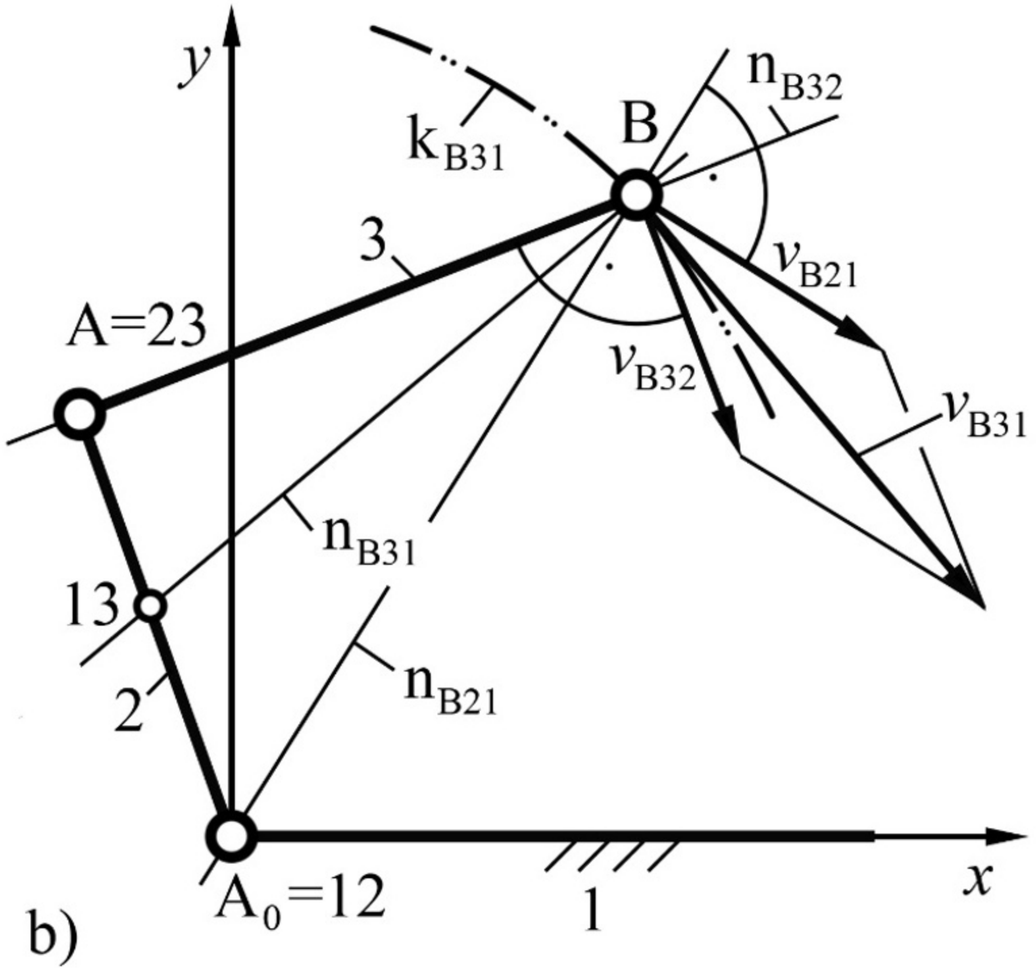


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

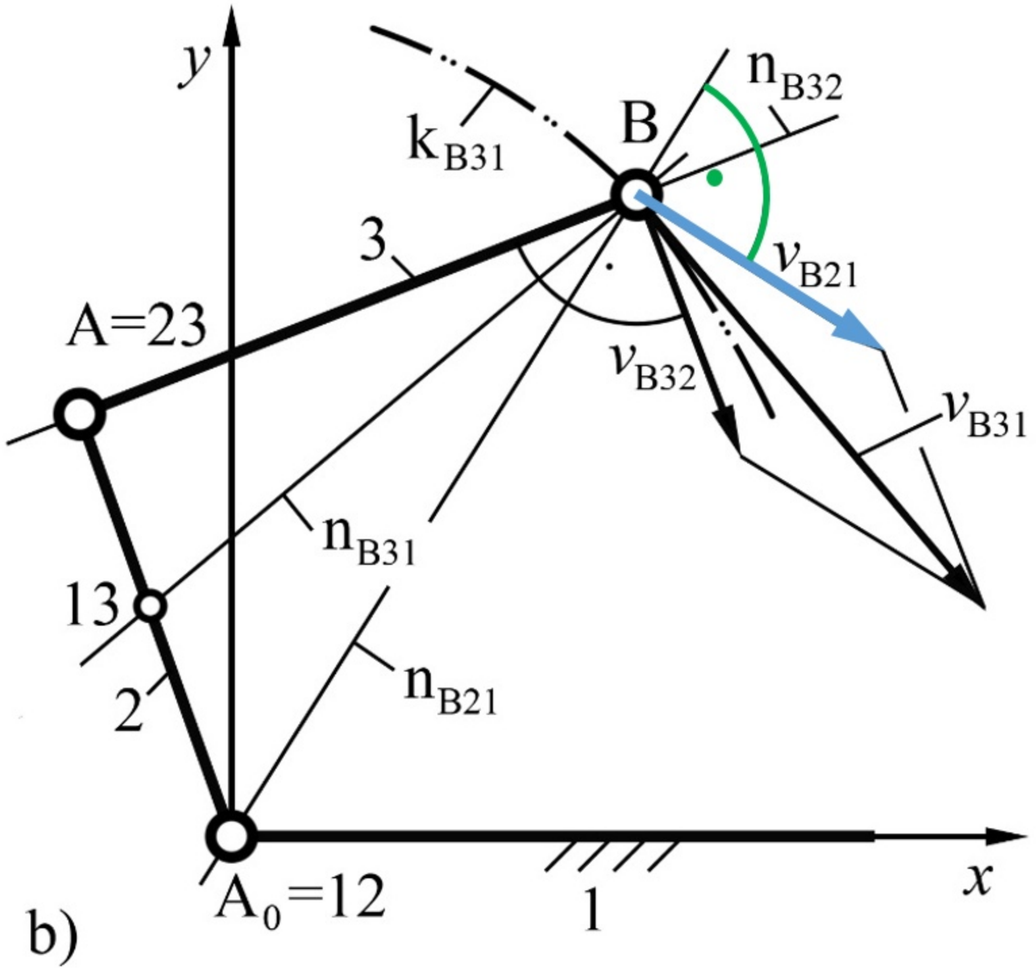
$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Führungsgeschwindigkeit

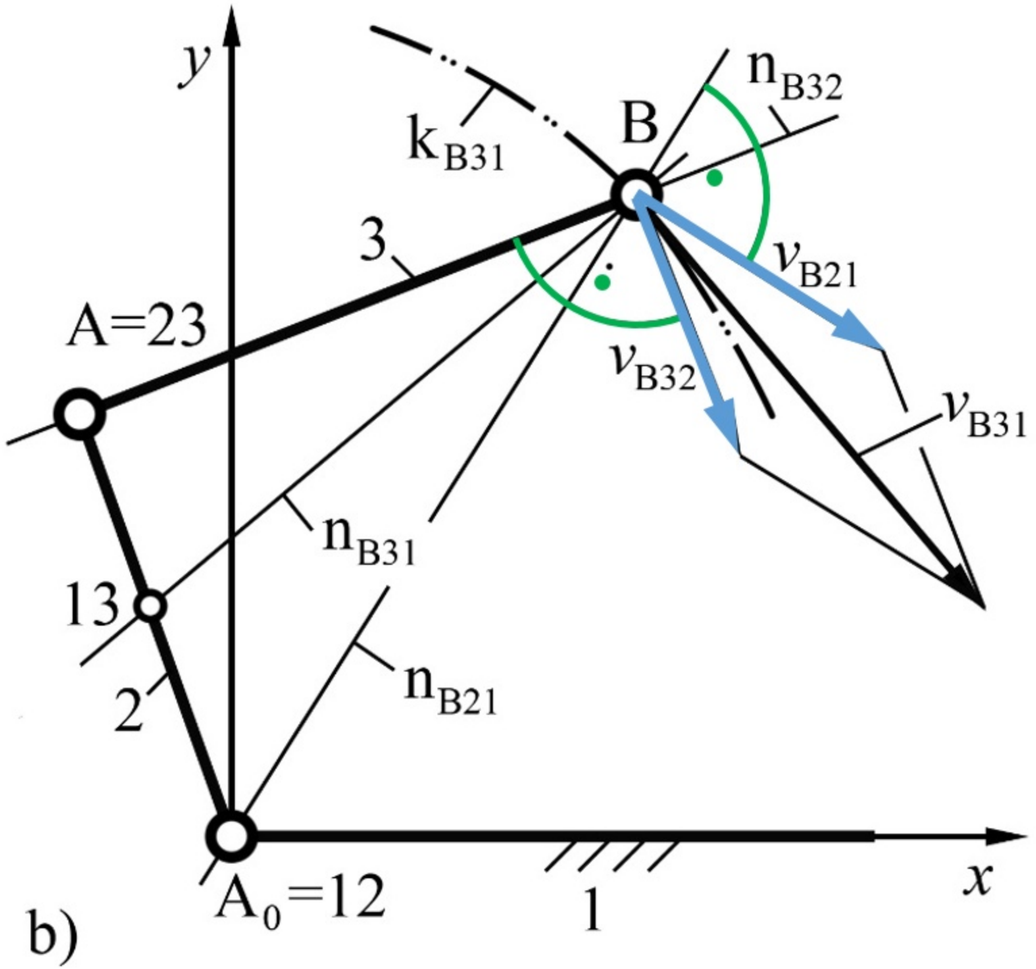
$$\vec{v}_{B21} = \vec{v}_f$$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Führungsgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B21} = \vec{v}_f$

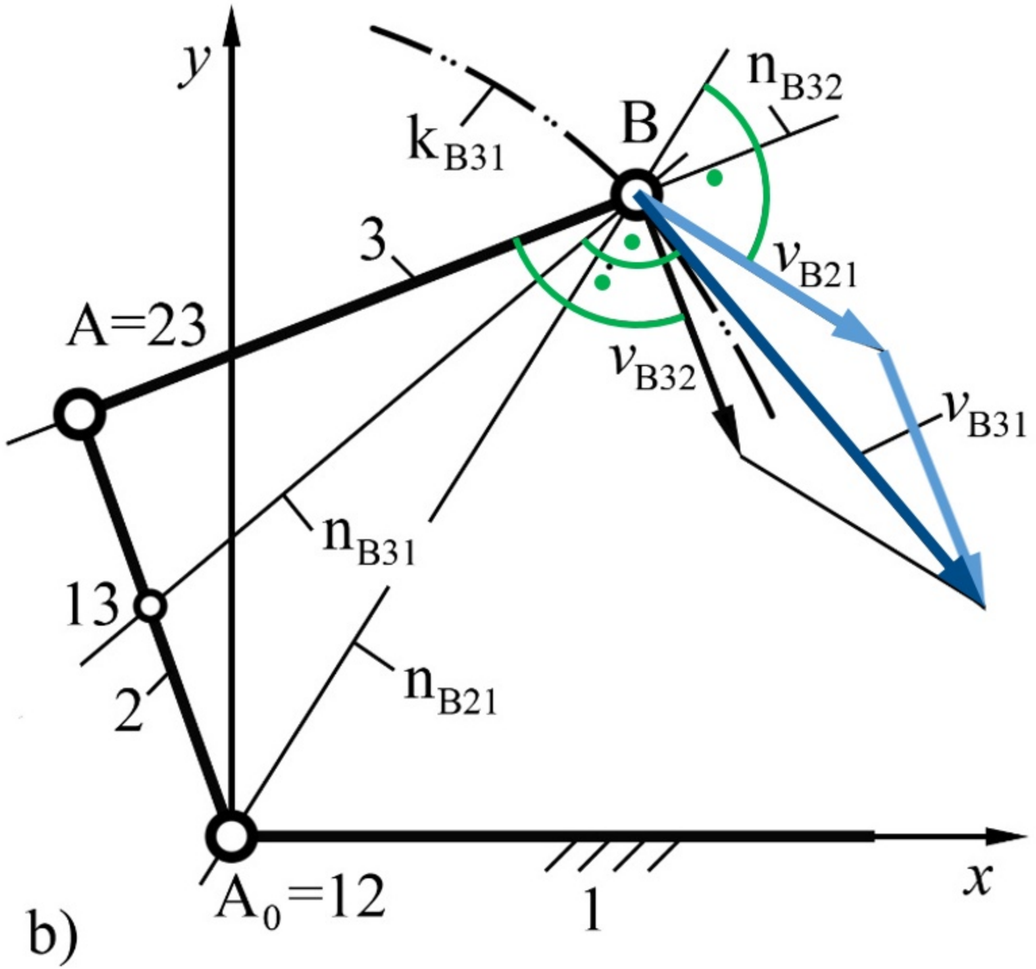
Relativgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B32} = \vec{v}_{rel}$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Absolutgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_a$

Führungsgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B21} = \vec{v}_f$

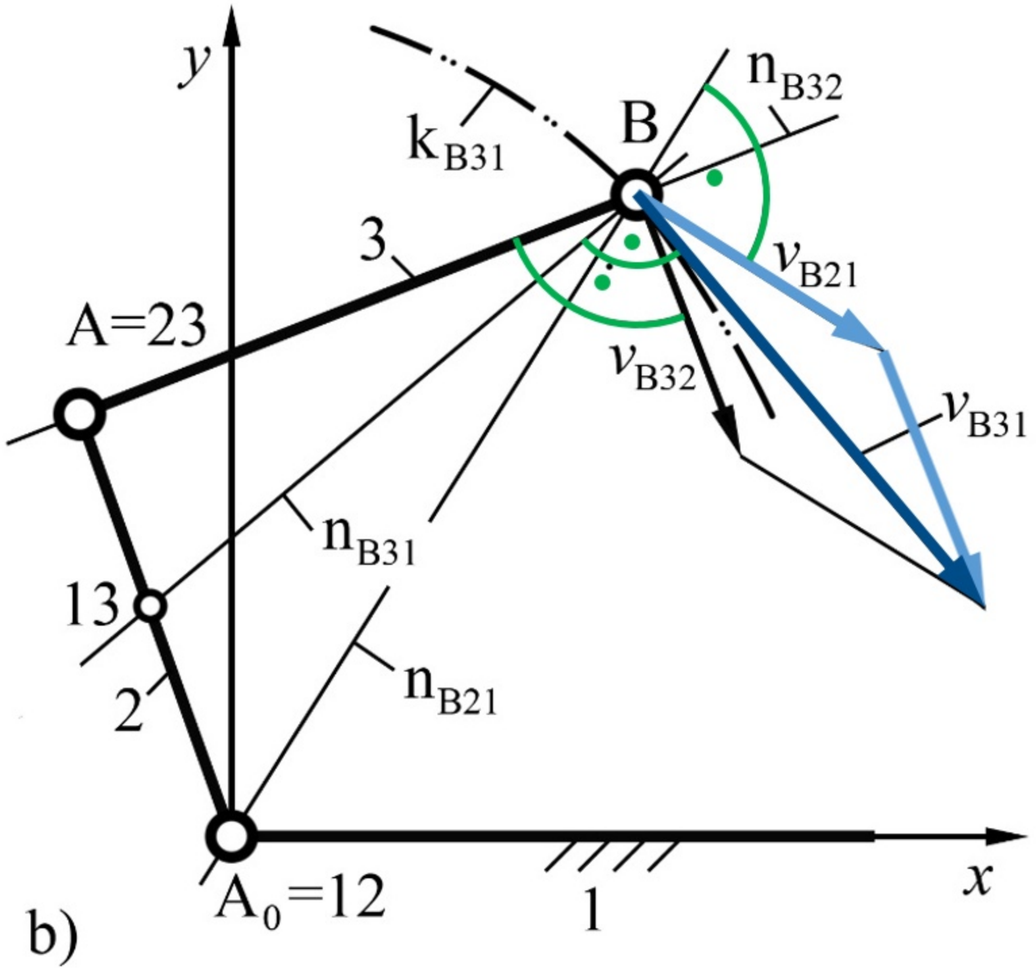
Relativgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B32} = \vec{v}_{rel}$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Absolutgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_a$

Führungsgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B21} = \vec{v}_f$

Relativgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B32} = \vec{v}_{rel}$

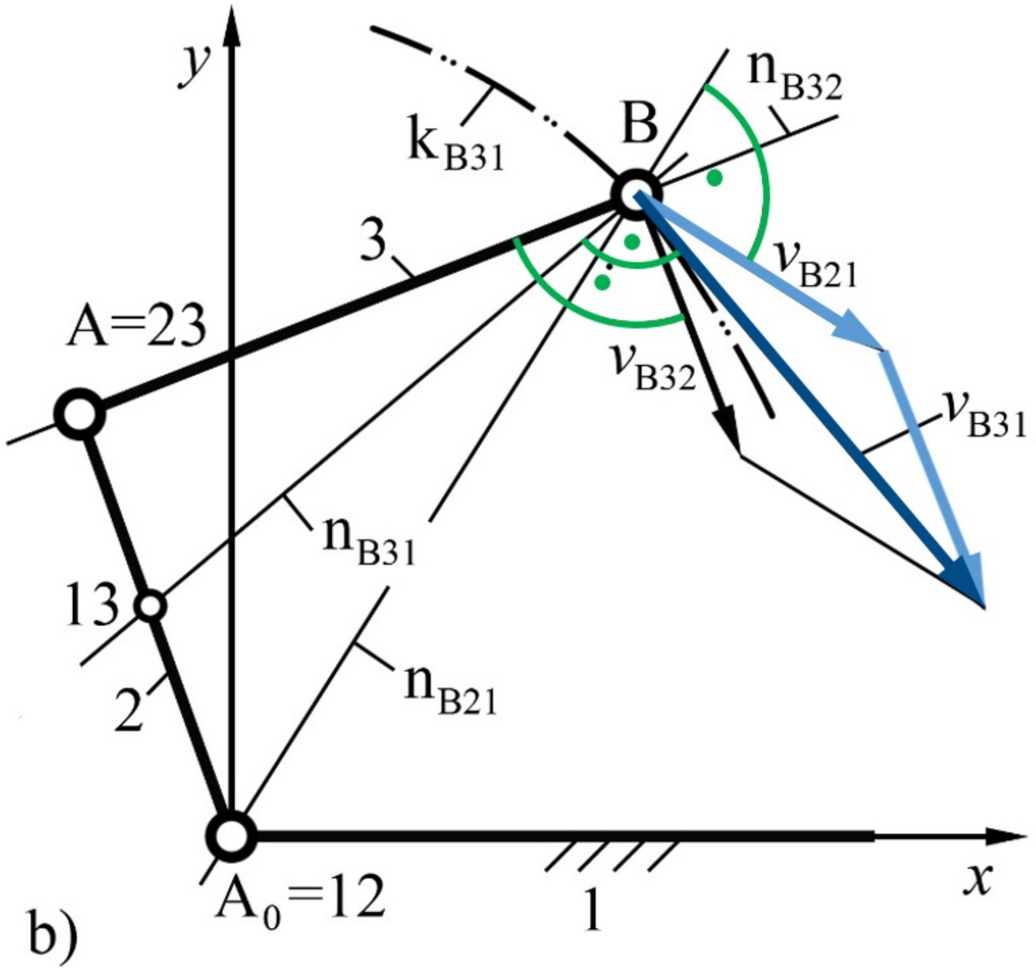
Allgemein
$$\vec{v}_a = \vec{v}_f + \vec{v}_{rel}$$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Geschwindigkeitszustand



Geschwindigkeitszustand

$$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_{B21} + \vec{v}_{B32}$$

Absolutgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B31} = \vec{v}_a$

Führungsgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B21} = \vec{v}_f$

Relativgeschwindigkeit
$\vec{v}_{B32} = \vec{v}_{rel}$

Allgemein
$$\vec{v}_a = \vec{v}_f + \vec{v}_{rel}$$

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

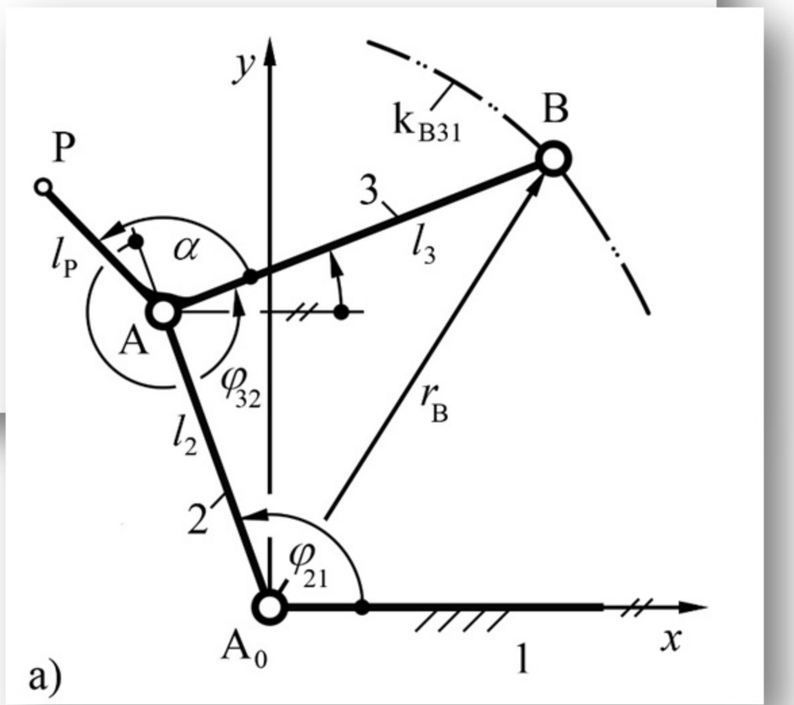


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

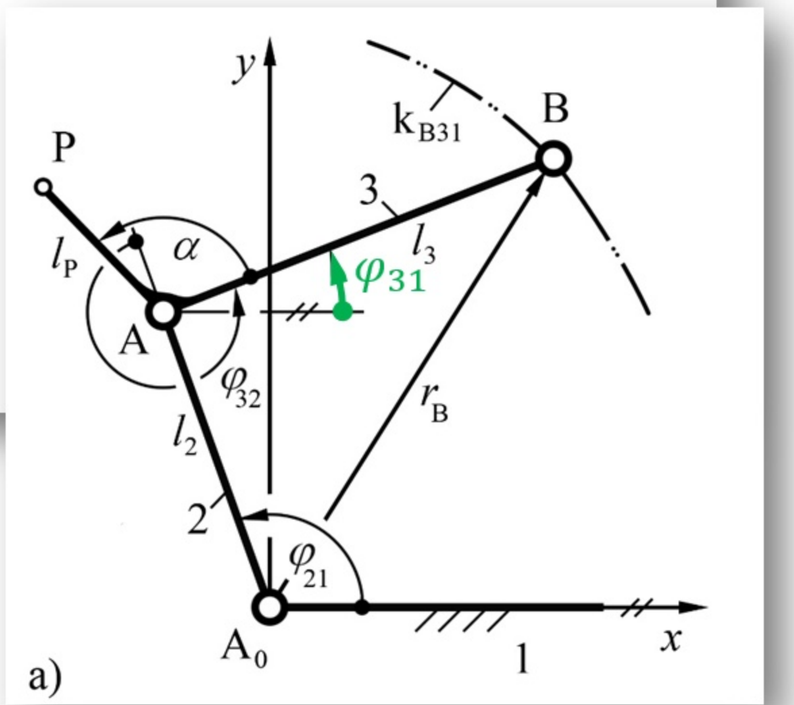


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

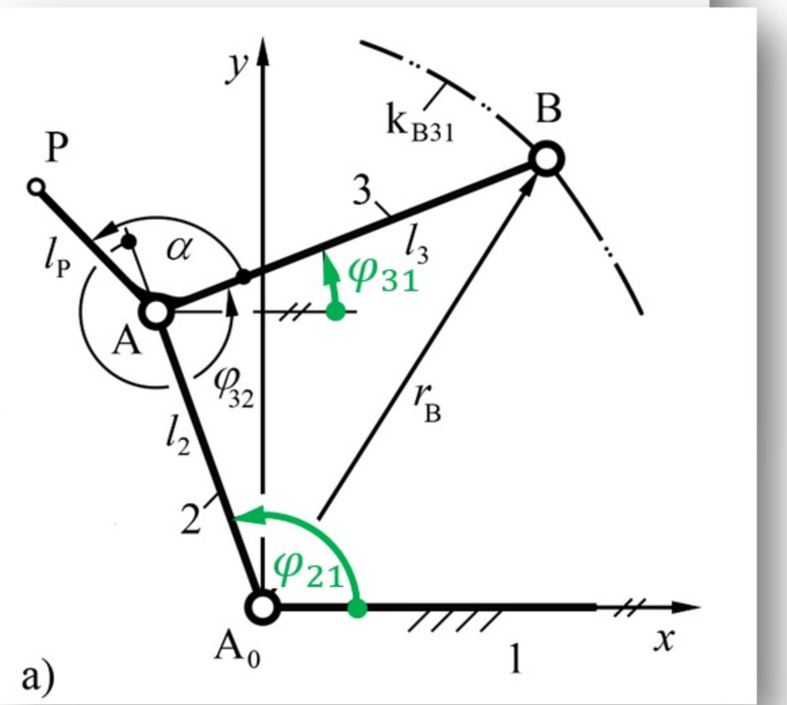


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

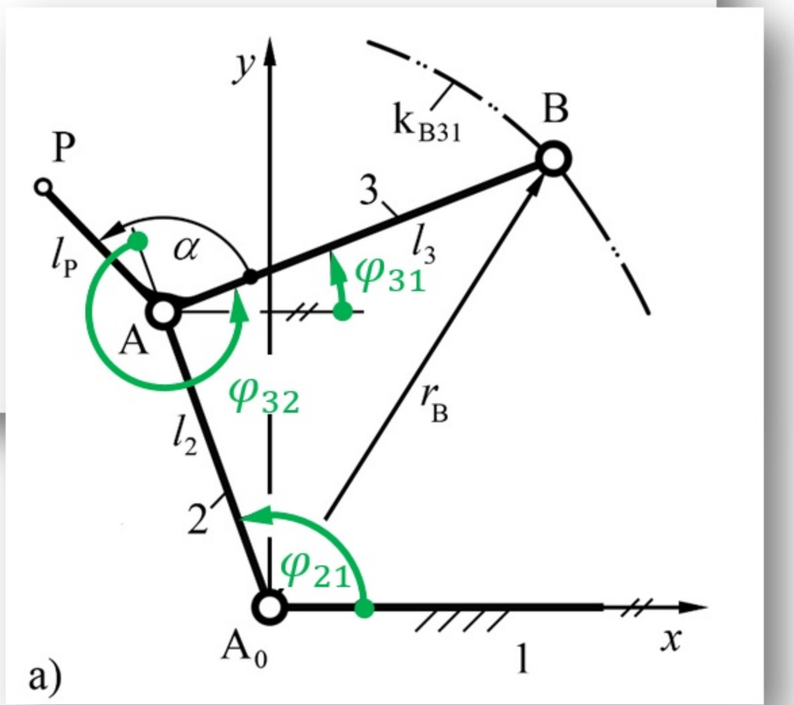


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

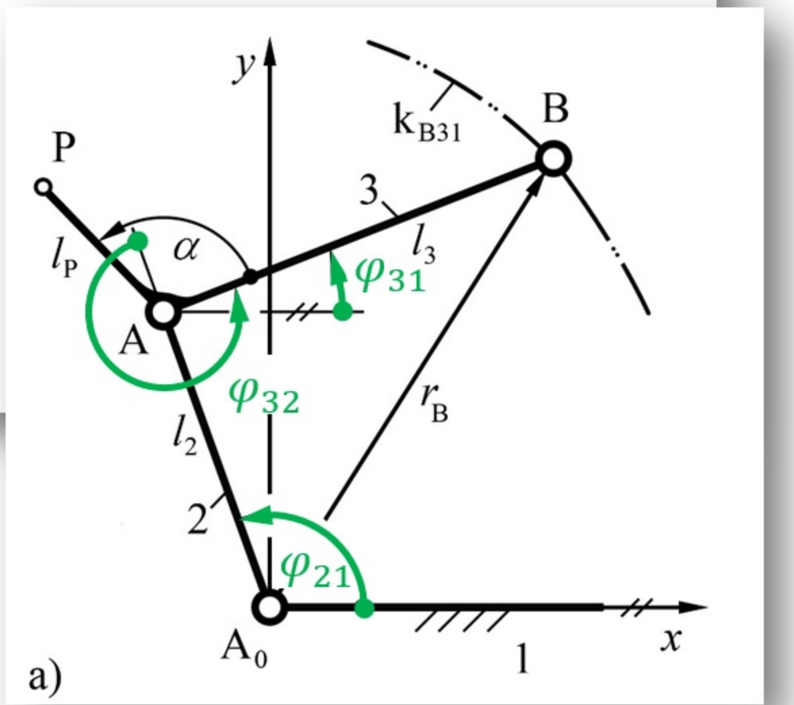


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.

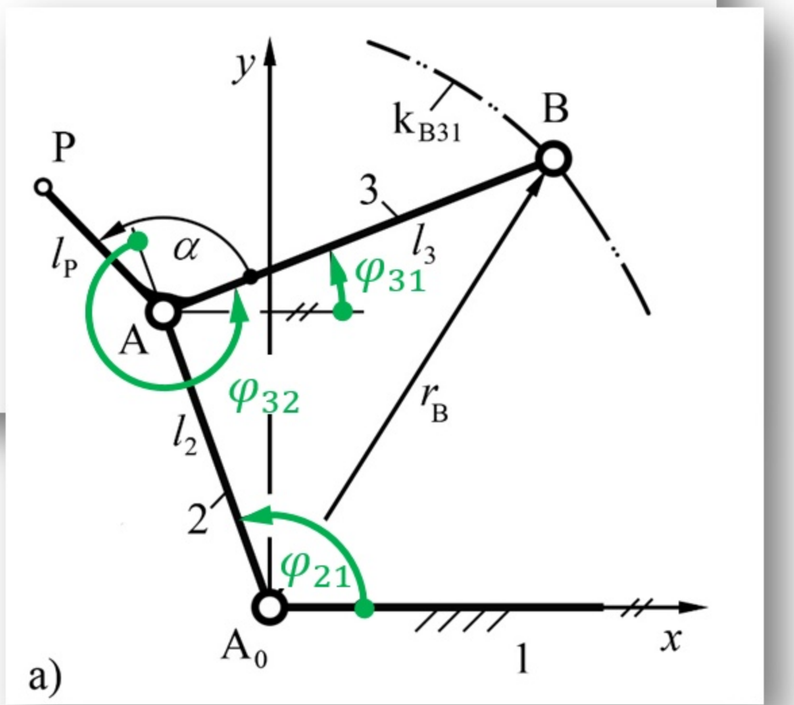


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Winkelgeschwindigkeiten

Analoge Betrachtungen können für die Winkelgeschwindigkeiten vorgenommen werden. Bild 4.10 zeigt, dass die Winkelbeziehung

$$\varphi_{31} = \varphi_{21} + \varphi_{32} - 2\pi \tag{4.19}$$

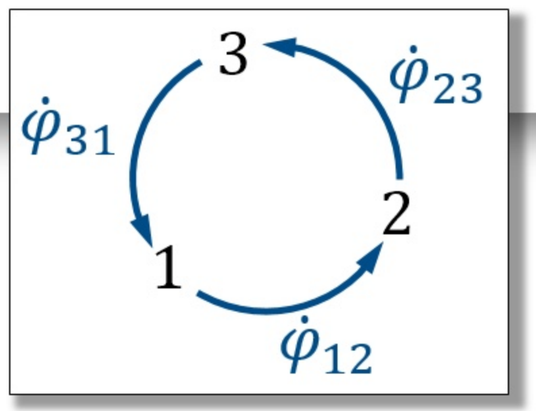
gelten muss. Sie führt durch eine Differentiation nach der Zeit zur Gleichung

$$\dot{\varphi}_{31} = \dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}$$

die sich bei zyklischer Vertauschung der Indizes in

$$\dot{\varphi}_{31} + \dot{\varphi}_{12} + \dot{\varphi}_{23} = 0$$

überführen lässt.



Das Vorzeichen der Winkelgeschwindigkeit ändert sich bei Vertauschen der Indizes!

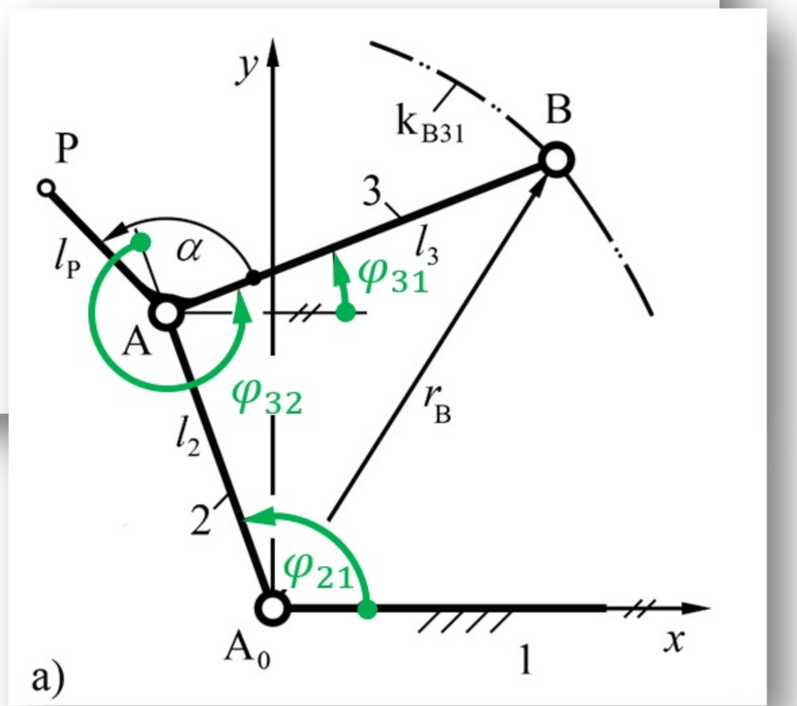


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Ortsvektor

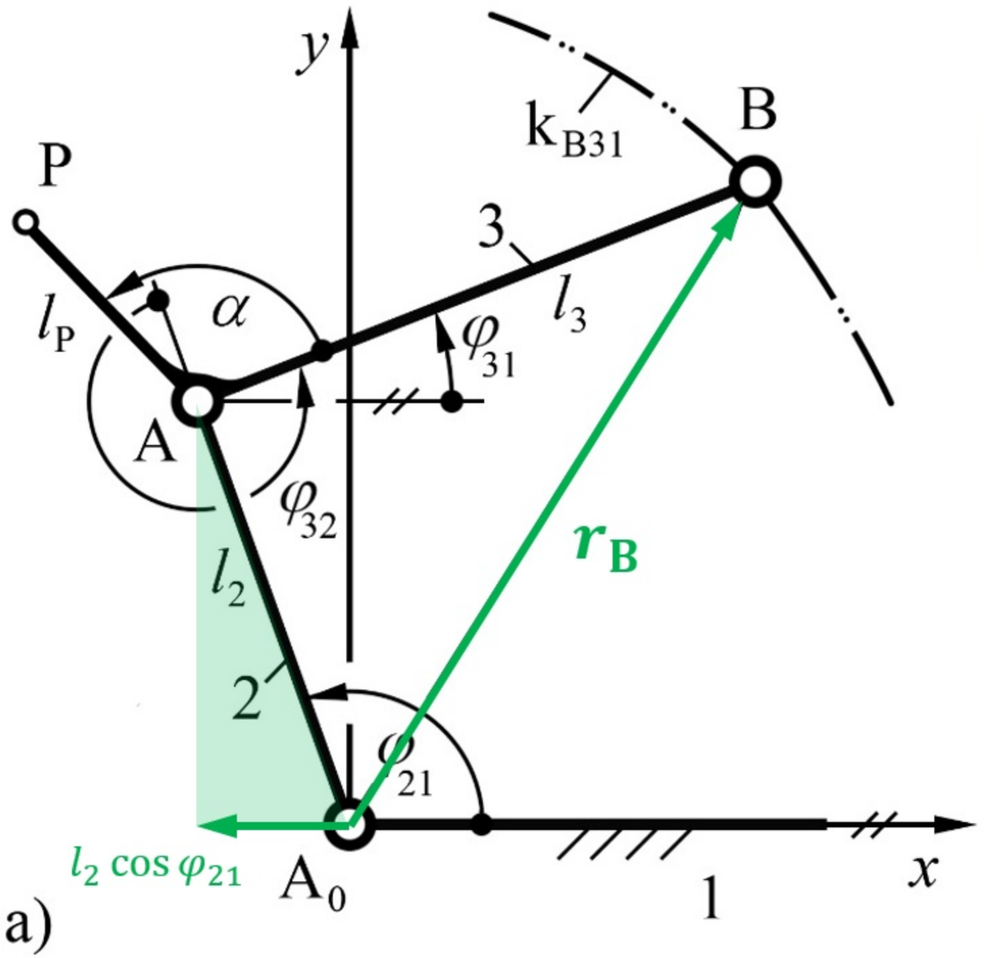


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Analytische Bestimmung:

Ortsvektor

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} r_{Bx} \\ r_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 \cos \varphi_{21} + l_3 \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \\ l_2 \sin \varphi_{21} + l_3 \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Ortsvektor

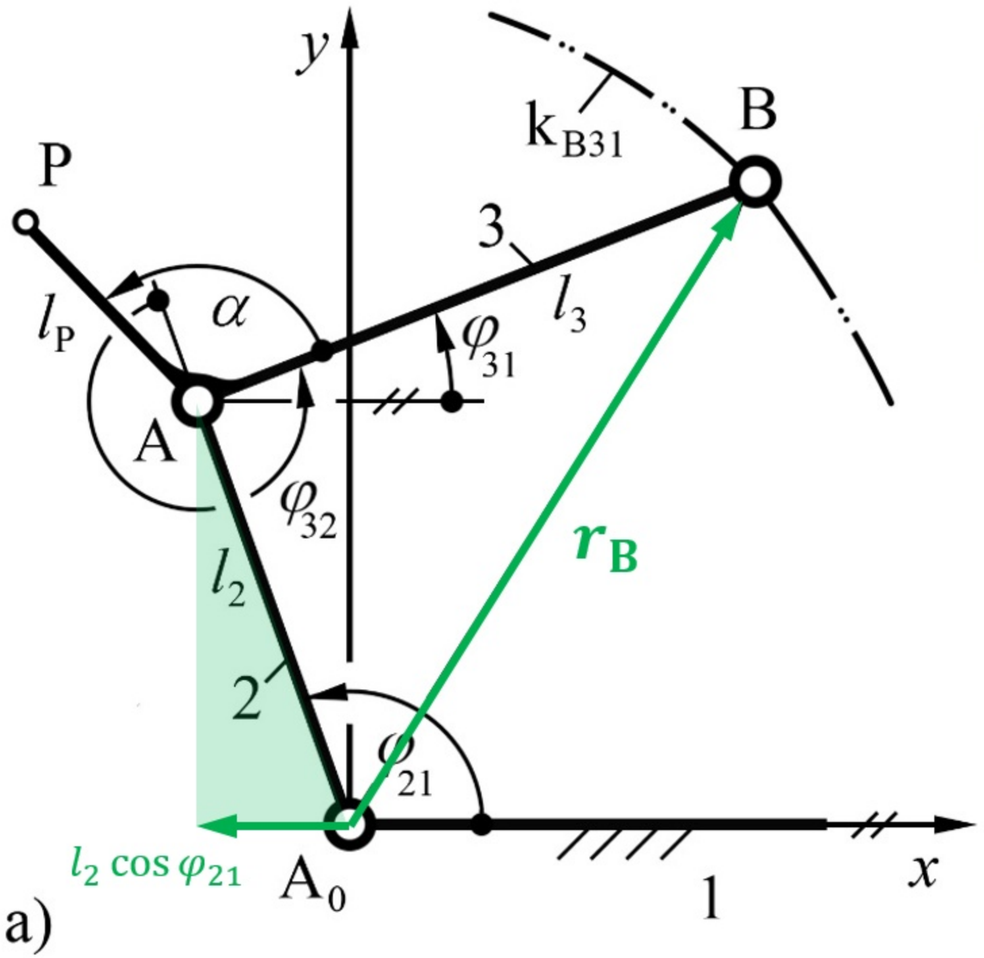


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Analytische Bestimmung:

Ortsvektor

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} r_{Bx} \\ r_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 \cos \varphi_{21} + l_3 \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \\ l_2 \sin \varphi_{21} + l_3 \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Ortsvektor

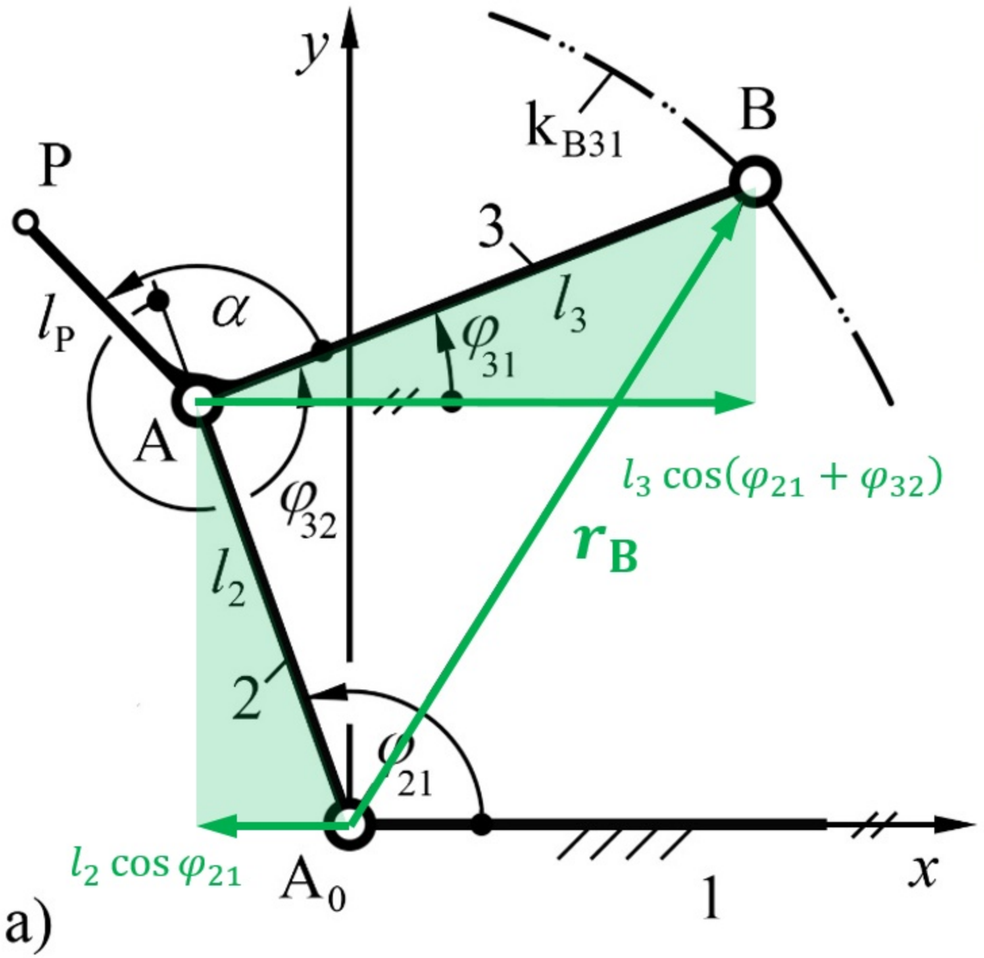


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Analytische Bestimmung:

Ortsvektor

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} r_{Bx} \\ r_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 \cos\varphi_{21} + l_3 \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \\ l_2 \sin\varphi_{21} + l_3 \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Ortsvektor

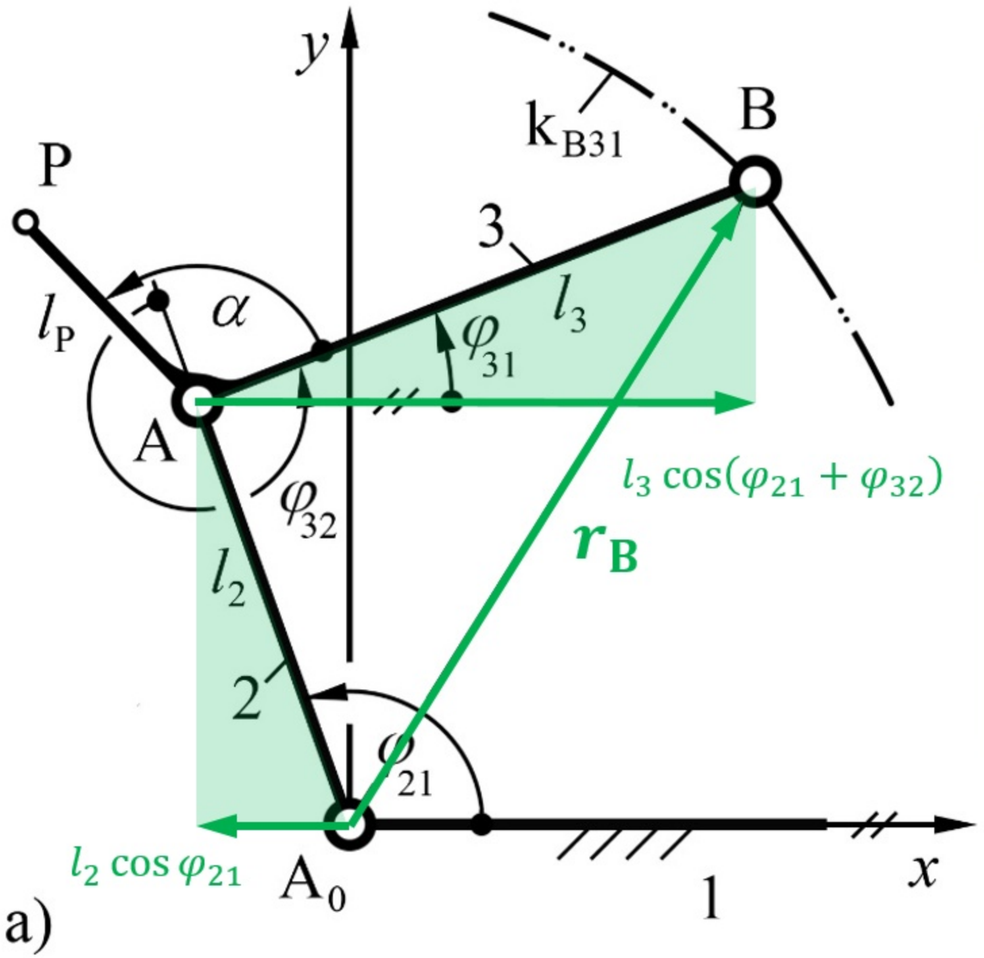


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. a) Geometrie

Analytische Bestimmung:

Ortsvektor

$$\vec{r}_B = \begin{pmatrix} r_{Bx} \\ r_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2 \cos\varphi_{21} + l_3 \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \\ l_2 \sin\varphi_{21} + l_3 \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Geschwindigkeitsvektor

$$\dot{\vec{r}}_B = \vec{v}_{B31} = \begin{pmatrix} v_{B31x} \\ v_{B31y} \end{pmatrix} = \quad (4.23)$$

$$= \begin{pmatrix} -l_2\dot{\varphi}_{21} \sin\varphi_{21} - l_3 (\dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}) \sin(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \\ l_2\dot{\varphi}_{21} \cos\varphi_{21} + l_3 (\dot{\varphi}_{21} + \dot{\varphi}_{32}) \cos(\varphi_{21} + \varphi_{32}) \end{pmatrix}$$

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
fv HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

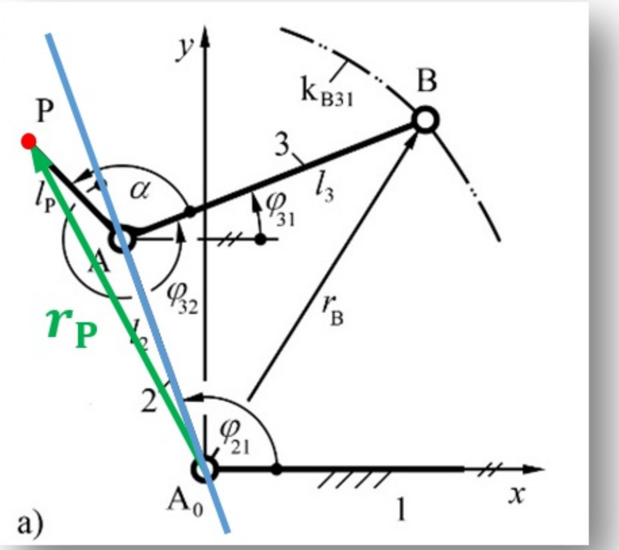


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
fv HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

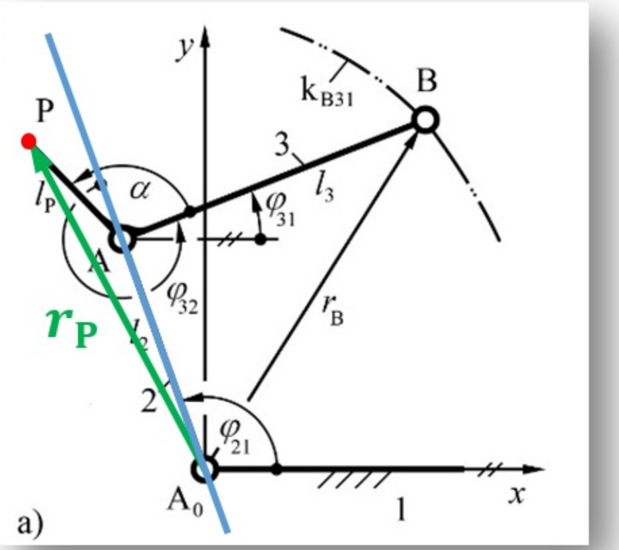


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

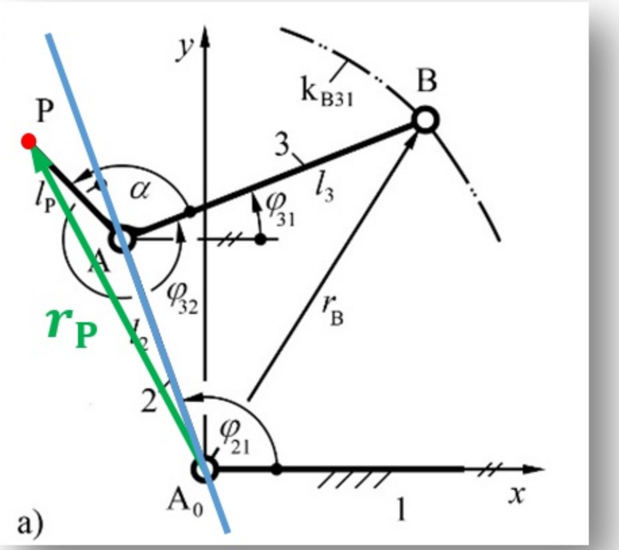


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

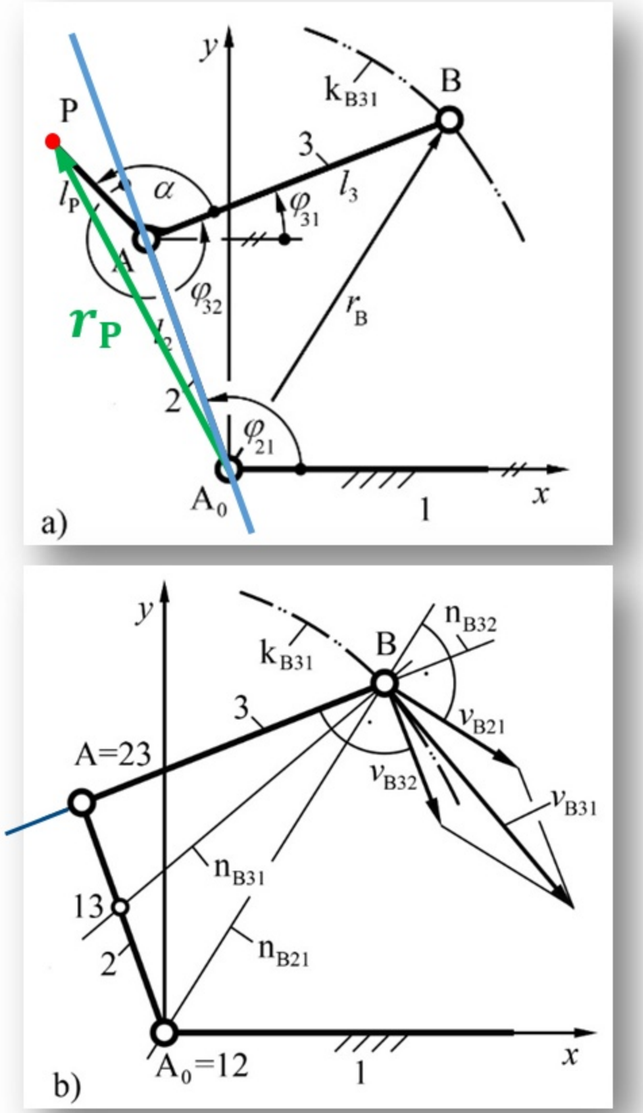


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

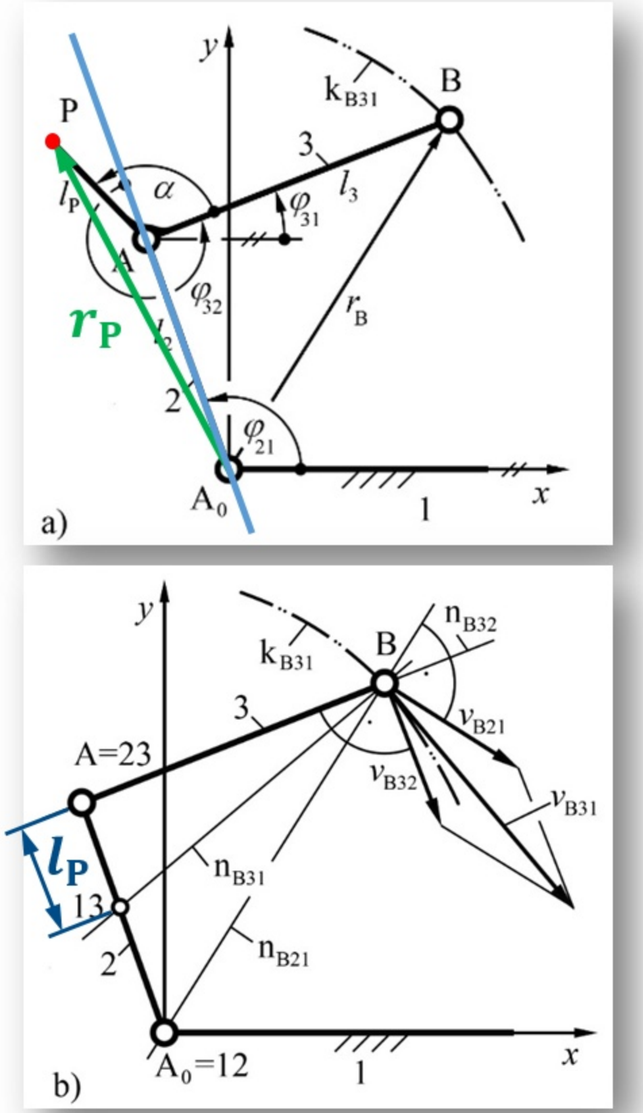


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Bewegungstechnik
Konzipieren und Auslegen
von mechanischen Getrieben
HANSER

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Relative Bewegung von drei Ebenen – Momentanpol

Um die Lage des Momentanpols 13 zu bestimmen, kann ein Punkt P auf dem Glied 3 gesucht werden, für den die momentane Geschwindigkeit $\vec{v}_{P31}$ Null ist. Analog zu den Gln. (4.22) und (4.23) ergeben sich nach Bild 4.10 a die Geschwindigkeitskomponenten des Punkts P aus

$$v_{P31x} = -l_2\dot{\varphi}_{21}\sin\varphi_{21} - l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.24}$$

$$v_{P31y} = l_2\dot{\varphi}_{21}\cos\varphi_{21} + l_P\left(\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}\right)\cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.25}$$

Durch Addieren beider Komponentengleichungen und entsprechendes Vereinfachen erhält man

$$\sin\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\cos\varphi_{21} - \cos\left(\varphi_{21}+\varphi_{32}+\alpha\right)\sin\varphi_{21} = 0$$

was sich zu

$$\sin\left(\varphi_{32}+\alpha\right) = 0 \tag{4.26}$$

vereinfachen lässt. Als Lösungen dieser Gleichung kommen

$$\varphi_{32}+\alpha = 0°; 180°; 360°; \ldots$$

in Frage, womit der Punkt P zwangsläufig auf der Geraden A_0A liegen muss. Wird z. B. in Gleichung (4.24) für $\varphi_{32}+\alpha = 180°$ gesetzt, ergibt sich für die vorzeichenbehaftete Länge

$$l_P = \overline{AP} = l_2\frac{\dot{\varphi}_{21}}{\dot{\varphi}_{21}+\dot{\varphi}_{32}} \tag{4.27}$$

Sie liefert entsprechend der vorliegenden Winkelgeschwindigkeiten die Lage des Momentanpols auf der Geraden A_0A.

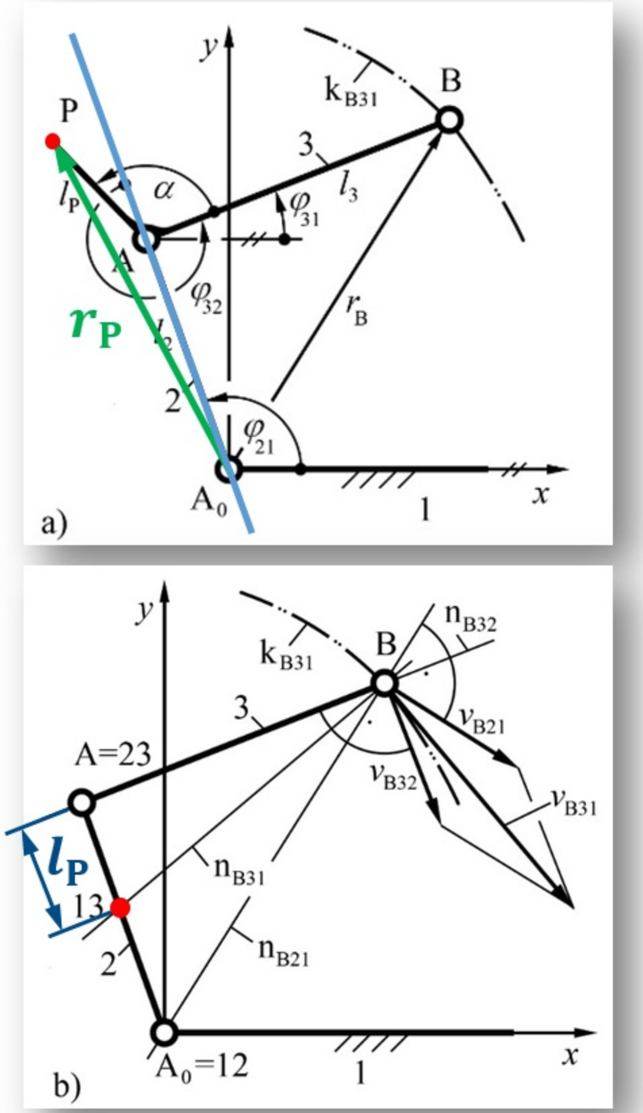


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen

Theorem von Aronhold/Kennedy

Die drei Momentanpole dreier relativ zueinander bewegter Ebenen liegen stets auf einer Geraden. Diese Gerade wird als **Polgerade** bezeichnet.

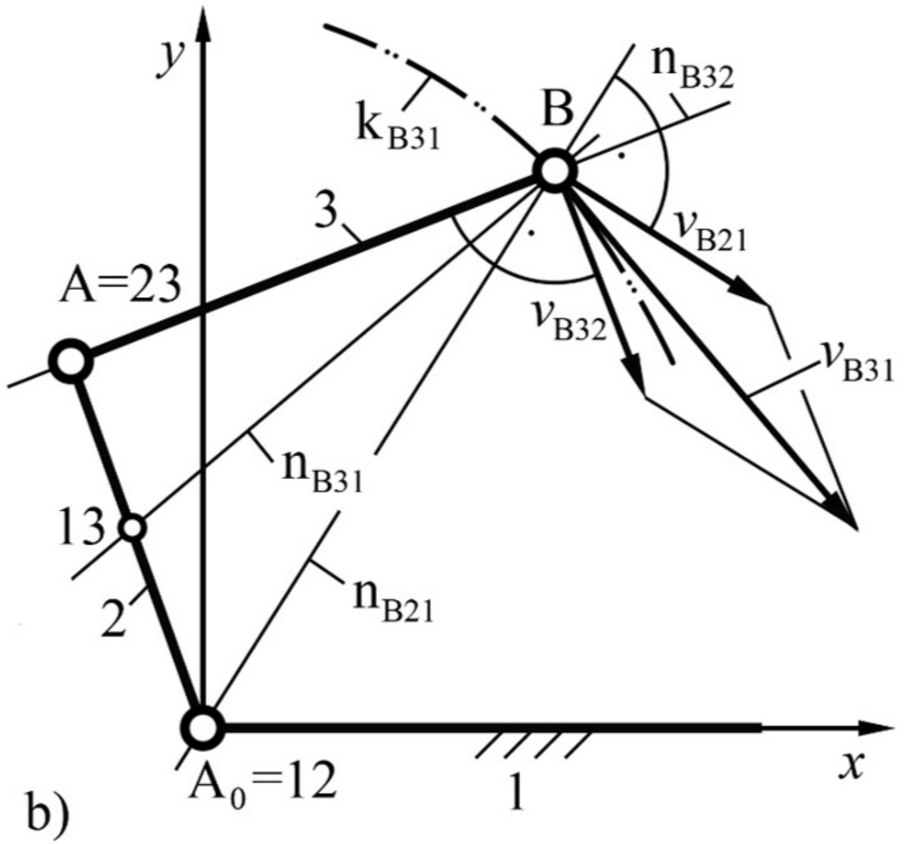


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Andreas Fricke (HTW des Saarlandes)
Detlef Günzel (Hochschule Albstadt-Sigmaringen)
Thomas Schaeffer (OTH Regensburg)

Theorem von Aronhold/Kennedy

Die drei Momentanpole dreier relativ zueinander bewegter Ebenen liegen stets auf einer Geraden. Diese Gerade wird als **Polgerade** bezeichnet.

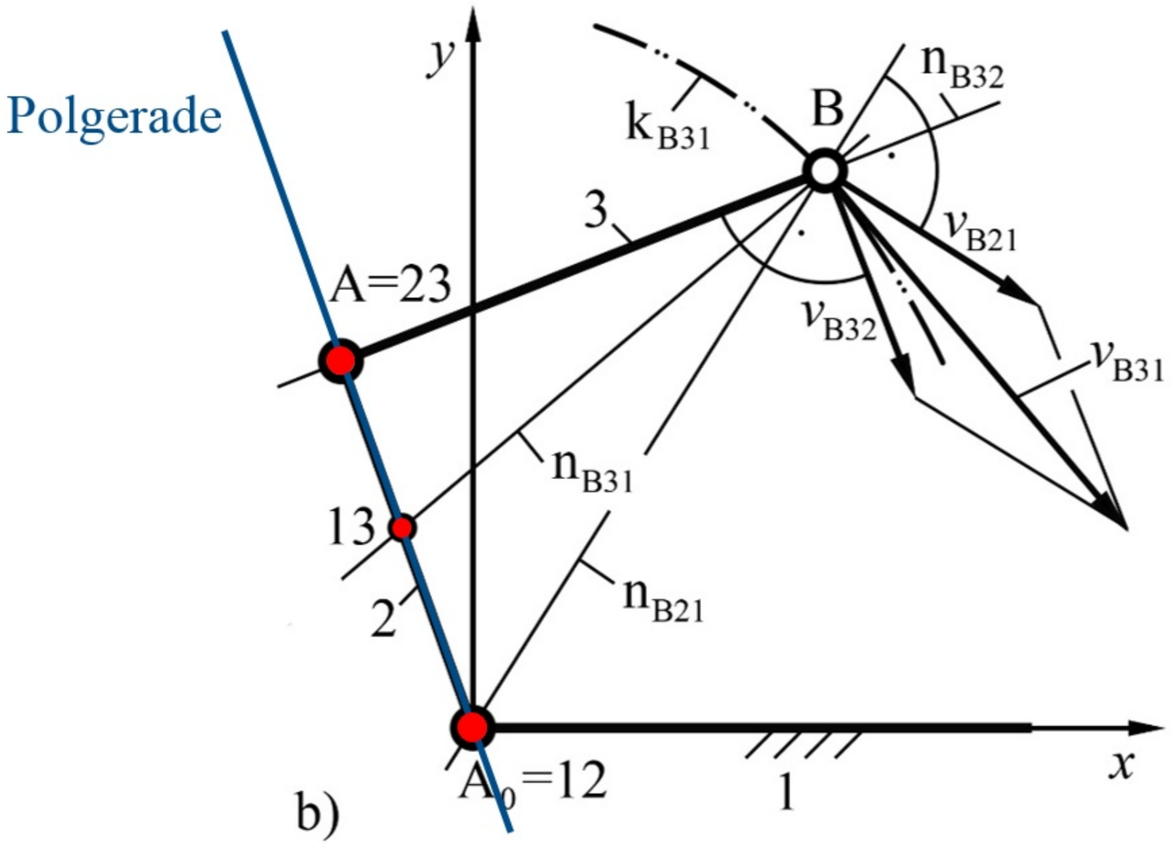


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Theorem von Aronhold/Kennedy

Die drei Momentanpole dreier relativ zueinander bewegter Ebenen liegen stets auf einer Geraden. Diese Gerade wird als **Polgerade** bezeichnet.

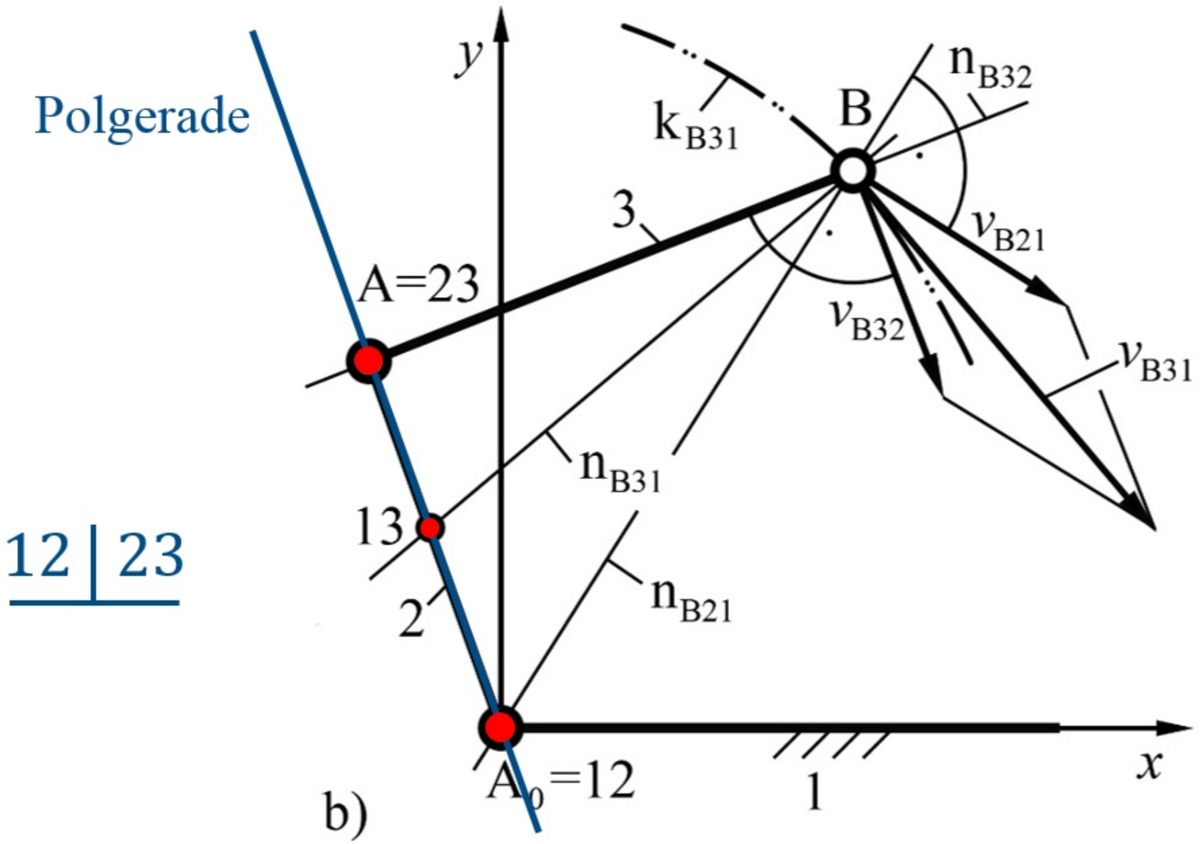
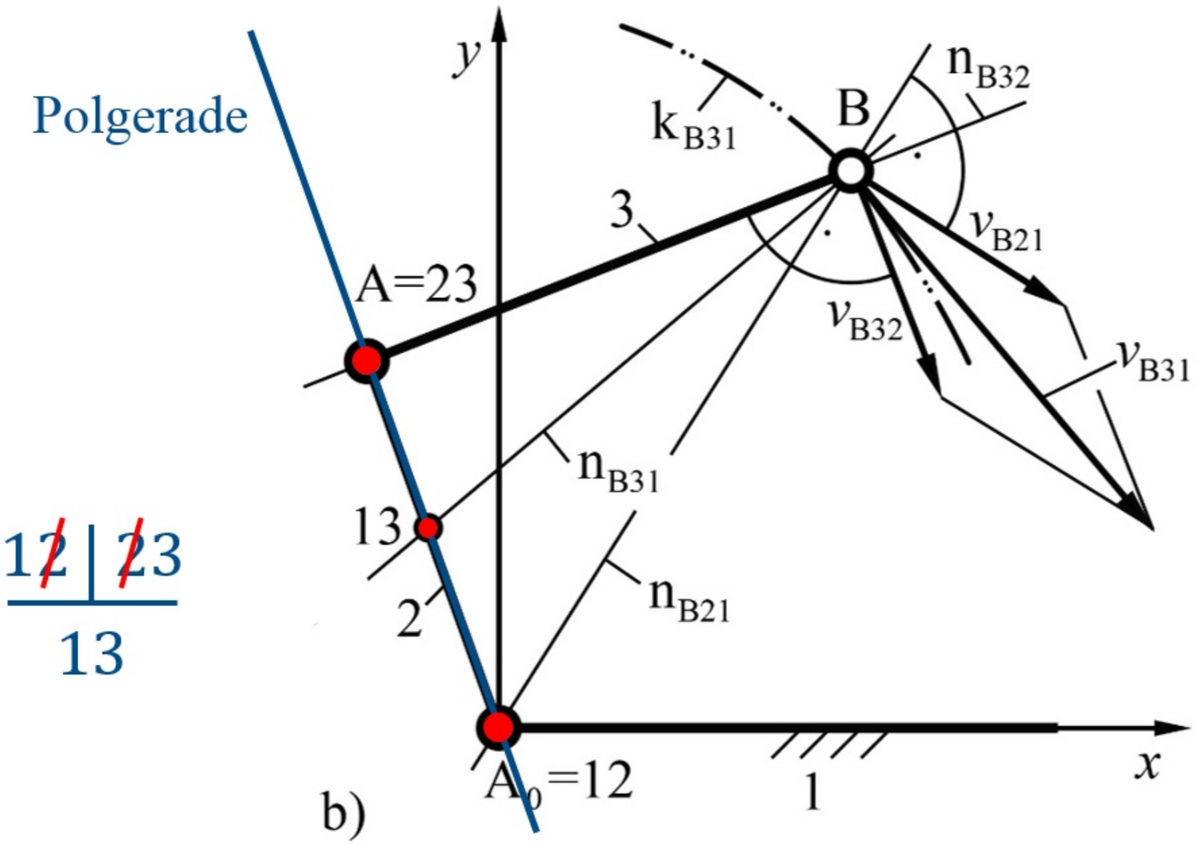


Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Theorem von Aronhold/Kennedy

Die drei Momentanpole dreier relativ zueinander bewegter Ebenen liegen stets auf einer Geraden. Diese Gerade wird als **Polgerade** bezeichnet.

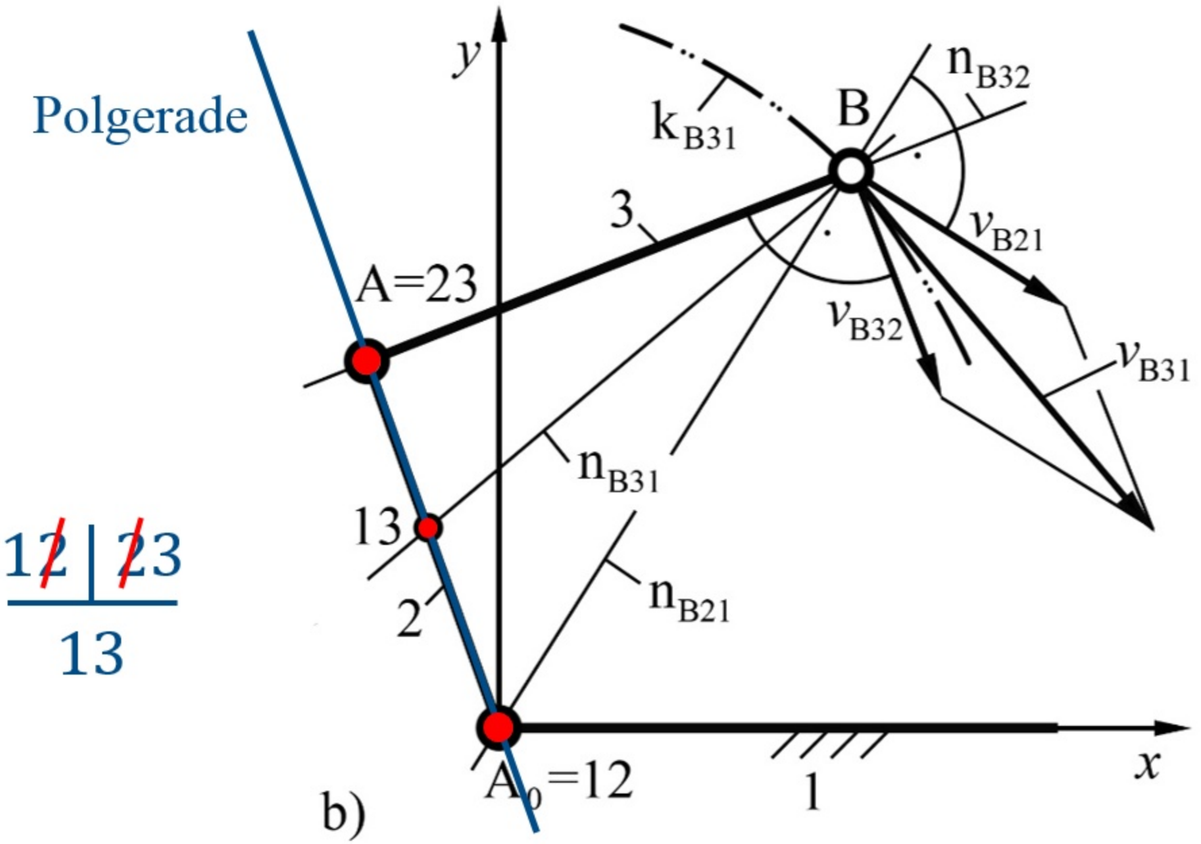


12 | 23
13

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Theorem von Aronhold/Kennedy

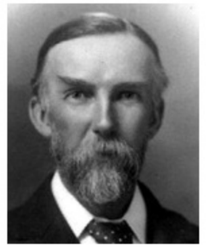
Die drei Momentanpole dreier relativ zueinander bewegter Ebenen liegen stets auf einer Geraden. Diese Gerade wird als **Polgerade** bezeichnet.



12 | 23
13

Bild 4.10 Relative Bewegung dreier Ebenen. b) Geschwindigkeitsermittlung

Siegfried Aronhold (1819 – 1884), deutscher Mathematiker, Dozent und Professor in Berlin



Alexander Blackie William Kennedy (1847 – 1928), Professor für Maschinenbau am Londoner University Collage